

**Mathematik II für Naturwissenschaftler**  
SS 2015 — Blatt 9  
**Abgabe: bis Montag, den 29. Juni, 12 Uhr**

**Hinweis: Auf diesem Blatt sind 4 Bonuspunkte möglich!**

**Aufgabe 1:****2 Punkte**

Berechnen Sie den Umfang eines in den Einheitskreis einbeschriebenen regulären Sechs-Ecks. Benutzen Sie dazu Aufgabe 2 von Blatt 8.

**Aufgabe 2:****6 Punkte**

- Berechnen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$P'(t) = \left( \frac{a}{1+t} - \sigma t \right) P(t)$$

mit Anfangswert  $P(0) = P_0$ .

- Wie verhält sich die Lösung für  $t \rightarrow \infty$ ? **Tipp:** Regel von l'Hospital.

**Aufgabe 3:****6 Punkte**

Die Reaktionsgeschwindigkeit einer chemischen Reaktionsgleichung erster Ordnung wird durch die Differentialgleichung

$$y'(t) = k(a - y(t)), t \geq 0$$

beschrieben.  $y(t)$  ist dabei die Konzentration des bis zum Zeitpunkt  $t$  umgesetzten Stoffes,  $a$  ist die Anfangskonzentration des Ausgangsstoffes und  $k$  die Reaktionskonstante.

- Leiten Sie mit den aus der Vorlesung bekannten Methoden die Lösung  $y$  her.
- Bestimmen Sie nun  $c$  so, dass die Anfangsbedingung  $y(0) = 0$  erfüllt ist. (Das bedeutet, dass zu Beginn der Reaktion kein Reaktionsprodukt im System enthalten ist.)
- Nun betrachten Sie eine chemische Reaktion erster Ordnung mit der Reaktionskonstanten  $k = 0,1 \text{ min}^{-1}$ ,  $a = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$  und  $y(0) = 0 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ . Wie lange dauert es, bis die Konzentration des umgesetzten Stoffes von  $0 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$  auf  $0,01 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$  gestiegen ist?

**Aufgabe 4:****6 Punkte**

Auf die kommenden Klausuren werden Sie hoffentlich lernen, einiges davon jedoch leider auch wieder vergessen. Sei  $p(t)$  der Prozentsatz der Stoffmenge, die Sie  $t$  Zeiteinheiten nach der Klausur noch parat haben, das heisst insbesondere gilt  $p(0) = 100$ . Da Sie gründlich gelernt haben, werden Sie einen gewissen Prozentsatz  $b$ ,  $0 < b < 100$ , des Lernstoffs niemals vergessen. Wir nehmen an, dass Ihre Vergessensrate  $-p'(t)$  zur Zeit  $t$  mit einem Proportionalitätsfaktor  $a$  proportional zu der Stoffmenge zur Zeit  $t$  ist, die Sie noch vergessen können, also zu  $p(t) - b$ .

- Formulieren und lösen Sie das zugehörige Anfangswertproblem.
- Zeigen Sie:  $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = b$ . Was bedeutet das anschaulich?

**Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 9****Aufgabe 1:**

- Lösen Sie die Differentialgleichung

$$P'(t) = \left( \frac{1}{1+t} + \cos(t) \right) P(t) \quad \text{mit } P(0) = 7.$$

- Lösen Sie die Differentialgleichung

$$p'(t) = -0,5 (p(t) - 10) \quad \text{mit } p(0) = 20 ?$$

Diskutieren Sie, was diese Differentialgleichung anschaulich beschreiben könnte.