Dr. Susanne Knies, Hannah Bergner 19.10.2015

Mathematatik I für Naturwissenschaftler

Webseite zur Vorlesung: http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/

WS 2015/16 — Blatt 1

Abgabe: bis Montag, den 26. Oktober 2015 um 14 Uhr in den Briefkästen im UG der Eckerstr. 1

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Geben Sie die Menge der Kubikzahlen $0, 1, 8, 27, ...$ in beschreibender Form und die Menge $B := \{ x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - x)(x^2 - 2)(x^2 + 1) = 0 \}$ in aufzählender Form an.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Gegeben seien die Mengen $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, ..., 9\}$ und $C = \{$rot, grün, blau$\}$, sowie die Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$. Geben Sie die Mengen $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \cap \mathbb{N}$, und $B \cup C$ in aufzählender Form an.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

1. Betrachten Sie den Term $\frac{1}{x^2+4x-5}$.

   (a) Finden Sie Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$, sodass
   $$x^2 + 4x - 5 = (x - a)(x - b).$$

   (b) Finden Sie Zahlen $A, B \in \mathbb{R}$, sodass
   $$\frac{1}{x^2 + 4x - 5} = \frac{A}{x - a} + \frac{B}{x - b}.$$

2. Zeigen Sie: Für jede reelle Zahl $x \in \mathbb{R}$ gilt
   $$\frac{1}{x(x + 1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1}.$$

Aufgabe 4: **4 Punkte**

1. Ein Gen liege in zwei Varianten vor, den Allelen A und a, welche mit Häufigkeit p und q (d.h. $p = 1 - q$) auftreten. Das Allel A sei dominant und a sei rezessiv. In einer Population sind 9% der Individuen Merkmalsträger des Allels a. Wie hoch ist der Anteil der merkmalsfreien Träger es Allels a?

2. Berechnen Sie die Ruheenergie $E_e = m_e \cdot c^2$ eines Elektrons aus den gerundeten Werten $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$ für die Ruhemasse und $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ für die Lichtgeschwindigkeit. Geben Sie Ihr Ergebnis in Joule(J) an, wobei $1J = 1\frac{m^2}{s^2}kg$.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg für Ihr Studium! ;-)

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 1

Aufgabe 1:

1. Schreiben Sie die Menge $A = \{\, x \in \mathbb{Z} \mid -25 \leq x^2 \leq 25 \,\}$ in aufzählender Form.

2. Schreiben Sie die folgenden Mengen in beschreibender Form:

   (a) Die Menge der ungeraden natürlichen Zahlen.

   (b) Die Menge der geraden natürlichen Zahlen, die strikt grösser als 1 und strikt kleiner er als 50 sind.

Aufgabe 2:

1. Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich:
   - $(1-x)^2 - 0.5(1-x)^2$
   - $x^{-6}(\frac{x}{3})^2 3^5$
   - $\left(\sqrt{(1-x)^2} - \left(\sqrt{1+x}\right)^2 + 1\right)^3 + 1$, für $x > 1$

2. Finden Sie die Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen an:

   • $5x^2 - 10x = 15$ • $x(x^2-2)(x-4)^2 = 0$ • $(x^2+1)(x^2-1) = 0$

3. Finden Sie Zahlen $A, B \in \mathbb{R}$, sodass

$$\frac{1}{(x-3)(x+1)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1}.$$

Aufgabe 3:

1. "Aus Summen kürzen nur die Dummen": Machen Sie sich anhand von Zahlenbeispielen klar, dass

$$\frac{a+b}{a} \neq b.$$

2. Finden Sie Zahlenbeispiele, die zeigen, dass im Allgemeinen

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

   Gilt $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ für beliebige Zahlen a und b?

3. Welche der folgenden Rechenregeln sind korrekt und gelten für beliebige Zahlen $k, l \in \mathbb{N}$ und $a, b \in \mathbb{R}$ mit $b \neq 0$?
   - $a^k a^l = a^l a^k = a^{k+l}$
   - $\dfrac{b^k}{b^l} = b^{k-l}$
   - $\left(\dfrac{a}{b}\right)^k = \dfrac{a^k}{b^k}$
   - $(a^k)^l = a^{(k^l)}$