

**Mathematik I für Naturwissenschaftler**Webseite zur Vorlesung: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/>**WS 2015/16 — Blatt 14****Abgabe: bis Montag, den 8. Februar 2016 um 14 Uhr****Aufgabe 1:****4 Punkte**

Sie würfeln zweimal mit einem idealen Würfel und notieren das Ergebnis als  $\omega = (a_1, a_2)$  mit  $a_1, a_2 \in \{1, \dots, 6\}$ , die Ergebnismenge ist also

$$\Omega = \{(a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \{1, \dots, 6\}\}.$$

Sie betrachten nun das Maximum der beiden gewürfelten Zahlen und definieren dieses als Zufallsvariable  $X$ , d.h.

$$X((a_1, a_2)) = \max\{a_1, a_2\} = \begin{cases} a_1 & \text{falls } a_1 \geq a_2 \\ a_2 & \text{falls } a_2 > a_1 \end{cases}$$

- Bestimmen Sie die Wertemenge  $X(\Omega)$  und bestimmen Sie die induzierte Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P^X$  auf  $X(\Omega)$ . Erstellen Sie auch ein Histogramm der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P^X$ .
- Berechnen Sie den Erwartungswert  $E(X)$ , die Varianz  $\text{Var}(X)$  und die Standardabweichung  $\sigma(X)$ .

**Aufgabe 2:****4 Punkte + 3 Bonuspunkte**

Ein Roulettespieler setzt neunmal nacheinander 100 Euro auf "rot". Trifft er "rot", so gewinnt er 200 Euro, ansonsten erhält er nichts. Sei  $X$  die Zufallsvariable, die seinen Gesamtgewinn angibt, wobei Verluste negativen Werten von  $X$  entsprechen. Beim Roulette gilt  $P(\text{"rot"}) = \frac{18}{37}$ , denn es gibt neben jeweils 18 roten und schwarzen Feldern noch ein grünes Feld.

- Geben Sie  $\Omega$ ,  $X(\omega)$  für jedes  $\omega \in \Omega$  sowie  $X(\Omega)$  an und zeichnen Sie das Histogramm der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P^X$ .
- Berechnen Sie Erwartungswert und Standardabweichung von  $X$ . Lässt sich bei der Berechnung des Erwartungswerts Satz 6.20 *ii*) anwenden?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler mindestens 500 Euro verliert?

**Aufgabe 3:****4 Punkte**

Die Anzahl der Verkehrsunfälle pro Tag in Freiburg, an denen ein Radfahrer beteiligt ist, ist (annäherungsweise) durch eine Poissonverteilung beschrieben. Im Schnitt gibt es pro Tag 1,5 solcher Unfälle. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- an einem Tag kein Unfall mit einem Radfahrer passiert.
- an einem Tag zwei oder mehr Unfälle mit Radfahrern passieren.
- es an drei Tagen hintereinander keine Unfälle mit Radfahrern gibt.

**Aufgabe 4:****4 Punkte**

Eine Urne enthalte 3 rote und 2 grüne Kugeln.

- Sie ziehen zehnmal **mit** Zurücklegen,  $X$  sei die Anzahl der dabei gezogenen grünen Kugeln. Wie ist  $X$  verteilt? Geben Sie die Formel an, mit der die Wahrscheinlichkeit für genau 2 grüne Kugeln berechnet werden kann.
- Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von  $X$ .
- Zeichnen Sie ein Baumdiagramm für das Experiment "zweimal Ziehen **ohne** Zurücklegen".
- Betrachten Sie die Ereignisse

$E =$  "Die zweite gezogene Kugel ist grün",

$F =$  "Die erste gezogene Kugel ist rot".

Berechnen Sie  $P(E)$  und die Wahrscheinlichkeit, dass die erste gezogene Kugel rot ist wenn die zweite gezogene Kugel grün ist. Sind  $E$  und  $F$  unabhängig?

**Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 14****Aufgabe 1:**

Sie werfen mit Ihrem Freund eine faire Münze. Werfen Sie "Kopf", gewinnen Sie 10 Euro und bei "Zahl" verlieren Sie 5 Euro. Sie führen den Münzwurf dreimal hintereinander aus.

- Geben Sie die Ergebnismenge  $\Omega$  an.
- Die Zufallsvariable  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  gebe Ihren Gesamtgewinn an. Geben Sie den Wertebereich  $X(\Omega)$  von  $X$  an.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P^X$  von  $X$  und fertigen Sie ein Histogramm von  $P^X$  an.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie 0 Euro gewinnen?
- Berechnen Sie den Erwartungswert von  $X$ .

**Aufgabe 2:**

In einem Liter Industrieabwasser seien im Mittel  $\lambda = 1000$  Kolibakterien. Der Umweltbeauftragte der Firma möchte Journalisten "beweisen", dass sein Wasser frei von Bakterien ist. Er schöpft dazu ein Reagenzglas voll mit Wasser und lässt den Inhalt mikroskopisch nach Bakterien absuchen. Wie klein muss das Glas sein, damit gilt  $P(X = 0) \geq 0,90$ ? Hierbei sei  $X$  die Anzahl der Bakterien im Reagenzglas.

**Die folgenden Tutorate werden verschoben:**

- 03.02.2015, Gruppe 4 (David, 8-10 Uhr) wird verschoben auf Freitag, den 05.02.2015, 12-14 Uhr, SR 218, Eckerstr. 1
- 03.02.2016, Gruppe 5 (Tobias, 8-10 Uhr) wird verschoben auf Freitag, den 05.02.2016, 14-16 Uhr, SR 127, Eckerstr. 1
- 03.02.2016, Gruppe 6 (Nil-Jana, 8-10 Uhr) wird verschoben auf Mittwoch, den 03.02.2016, 16-18 Uhr, SR 218, Eckerstr. 1

Sie können entweder zu den angebotenen Ausweichterminen gehen oder zu einem anderen Tutorat.