Dr. Susanne Knies — Mathematik für Naturwissenschaftler — Sommer 2016
Blatt 10

Assistant:
Dr. Behrouz Taji (behrouz.taji@math.uni-freiburg.de) — Sprechstunde: Di. 13 - 16 Uhr.

1. Lösen Sie die folgende lineare gewöhnliche Differentialgleichung

$$y'(t) + \cot(t) \cdot y = \cos(t).$$

   Zu dem Anfangswert $y(\frac{\pi}{2}) = 3$.
   Beachten Sie, dass $\cot(t) = \frac{\cos(t)}{\sin(t)}$ und verwenden Sie, dass $(\frac{\sin^2(t)}{2})' = \sin(t)\cos(t)$. *(6 Punkte)*

2. (a) Zeichnen Sie das Richtungsfeld für:

$$u'(t) = 3\,(u+4) \cdot (u-1). \qquad (*)$$

   (b) Zeichnen Sie die Lösungskurven für (*) für die Anfangswerte : $u(0) = 5$, $u(0) = 0$ und $u(0) = 3$.

   (6 Punkte)

3. (a) Zeichnen Sie das Richtungsfeld für

$$y'(t) = y \cdot (t - y).$$

   Berechnen Sie hierzu zunächst die Steigung y' auf den Geraden $t = 0$, $\quad y = 0$ und $y = t$. Überlegen Sie sich dann, welches Vorzeichen y' in den Segmenten zwischen diesen Geraden hat.

   (b) Benutzen Sie das Richtungsfeld aus Teil (a), um das Lösungsverhalten für $y(0) > 0$, $y(0) = 0$ and $y(0) < 0$ zu analysieren.

   (4 Punkte)

Abgabe: Montag 04.07.2016 bis 12:00

Mehr Aufgaben:

1. Lösen Sie die folgende lineare gewöhnliche Differentialgleichung zu dem Anfangswert $y(0) = 2$:

$$y'(t) + 5y = e^{2t}.$$

2. Zeichnen Sie in dem umseitigen Richtungsfeld Lösungskurven ein für die Anfangswerte

$$y(0) = \frac{1}{2}, \qquad y(-1) = 1, \qquad y(-2) = 2.$$

   Welche Steigung haben Lösungskurven, in dem Punkt, in welchem sie die gestrichelt eingezeichnete Parabel schneiden?

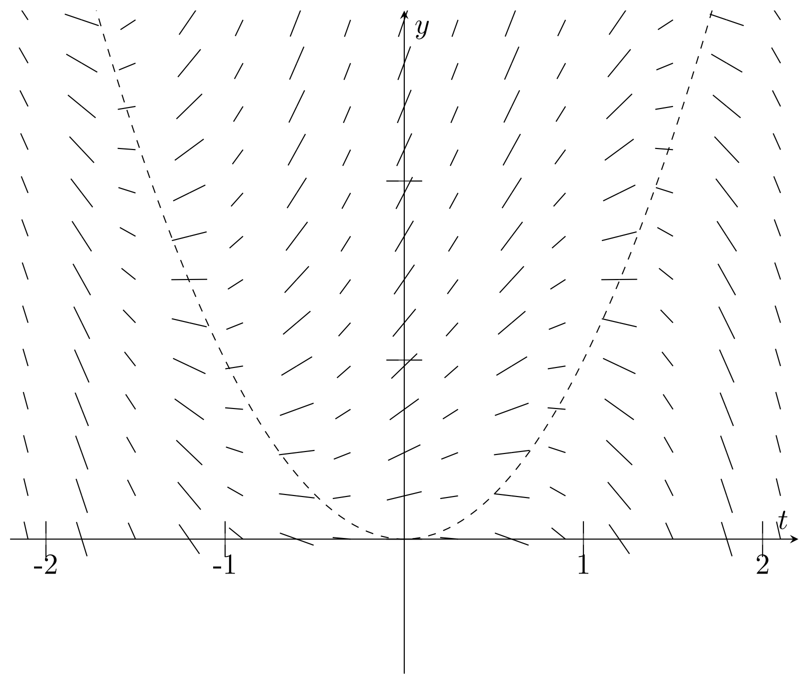

Abbildung 1: Richtungsfeld von $y'(t) = y(t) - t^2$, gestrichelt die Parabel $y(t) = t^2$

3. (a) Zeichnen Sie das Richtungsfeld für:

$$u'(t) = 2\,(u-1)\cdot(u-3). \qquad (*)$$

(b) Zeichnen Sie die Lösungskurven für (*) für die Anfangswerte: $u(0) = 1,\ u(0) = 2,\ u(0) = 4$ and $u(0) = 0$.