

Dr. Susanne Knies — Mathematik für Naturwissenschaftler — Sommer 2016
Blatt 11

Assistant:

Dr. Behrouz Taji (behrouz.taji@math.uni-freiburg.de) — Sprechstunde: Di. 13 - 16 Uhr.

1. Gegeben ist die nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$u' = \sin(u)$$

- (a) Bestimmen Sie die stationären Punkte der Differentialgleichung und erörtern Sie mit Hilfe des Satzes aus der Vorlesung deren Stabilität.
(b) Skizzieren Sie die Lösung von

$$u'(t) = \sin(u(t)), \quad u(0) = \pi.$$

(6 Punkte)

2. Falls $(\frac{a}{2})^2 = b$ ist $\lambda = -\frac{a}{2}$ die einzige Nullstelle des charakteristischen Polynoms der linearen Differentialgleichung 2.Ordnung:

$$y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0.$$

Eine Lösung der DGL ist also gegeben durch

$$y_1(t) = c_1 e^{-\frac{a}{2}t}$$

- (a) Zeigen Sie, dass durch

$$y_2(t) = c_2 t e^{-\frac{a}{2}t},$$

eine weitere Lösung der DGL im Falle $(\frac{a}{2})^2 = b$ gegeben ist, so dass die allgemeine Lösung

$$y(t) = c_1 e^{-\frac{a}{2}t} + c_2 t e^{-\frac{a}{2}t},$$

lautet.

- (b) Lösen Sie: $2y''(t) + 4y'(t) + 2y(t) = 0$, mit $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

(6 Punkte)

3. Lösen Sie:

(a) $y'' - y' - 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

(b) $2y'' + 2y' + y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

(4 Punkte)

Abgabe: Montag 11.07.2016 bis 12:00

Mehr Aufgaben:

1. Gegeben ist die nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$u' = (u - 1)(u - 3)$$

Bestimmen Sie die stationären Punkte der Differentialgleichung und erörtern Sie mit Hilfe des Satzes aus der Vorlesung deren Stabilität.

2. Lösen Sie:

- (a) $y'' + y' - 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
- (b) $y'' + 3y' + 3y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
- (c) $y'' + y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$.