

Assistent:

Dr. Behrouz Taji (behrouz.taji@math.uni-freiburg.de) — Sprechstunde: Di. 13 - 16 Uhr.

1. Wie Sie in Aufgabe 3 (b) auf Blatt 11 gezeigt haben, ist die Funktion $y(t) = 2 \sin(\frac{1}{2}t)e^{-\frac{1}{2}t}$ die Lösung von

$$2y''(t) + 2y'(t) + y = 0,$$

Skizzieren Sie $y(t)$ und berechnen Sie den Abstand zwischen den Nullstellen von $y(t)$. Was können Sie also über Amplitude und Frequenz der gedämpften Schwingung sagen? (4 Punkte)

2. Betrachten Sie das lineare Differentialgleichungssystem

$$u_1' = 3u_1 + -2u_2$$

$$u_2' = 2u_1 - 2u_2$$

- (a) Schreiben Sie das System in vektorieller Schreibweise $\mathbf{u}' = A\mathbf{u}$.
(b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung \mathbf{u} des Systems.
(c) Finden Sie eine Lösung \mathbf{u} mit $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(6 Punkte)

3. Betrachten Sie das lineare Differentialgleichungssystem

$$u_1' = 2u_1 + 3u_2$$

$$u_2' = 3u_1 + 2u_2$$

- (a) Schreiben Sie das System in vektorieller Schreibweise $\mathbf{u}' = A\mathbf{u}$.
(b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung \mathbf{u} des Systems.
(c) Finden Sie eine Lösung \mathbf{u} mit $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(6 Punkte)

Abgabe: Montag 18.07.2016 bis 12:00

Extra office hour: B.Taji / Friday, July 15, 9:30 – 11:30

Mehr Aufgaben:

1. Betrachten Sie das lineare Differentialgleichungssystem

$$u_1' = 3u_1 + 2u_2$$

$$u_2' = -5u_1 - 4u_2$$

- (a) Schreiben Sie das System in vektorieller Schreibweise $\mathbf{u}' = A\mathbf{u}$.
- (b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung \mathbf{u} des Systems, indem Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix A berechnen.
- (c) Finden Sie eine Lösung \mathbf{u} mit $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. Rechnen Sie nach, dass die Funktion

$$\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{3t} - e^t \\ e^{3t} + e^t \end{pmatrix}$$

das System

$$\begin{aligned} u_1'(t) &= 2u_1(t) + u_2(t) \\ u_2'(t) &= u_1(t) + 2u_2(t) \end{aligned}$$

löst.

Hinweise zur Klausur

- Beachten Sie bitte, dass außer Ihrem handbeschriebenen Blatt keine weiteren Hilfsmittel (Taschenrechner, Handys, ...) erlaubt sind!
- Bitte benutzen Sie ausschließlich Kugelschreiber, Filzstifte oder Füller in den Farben blau oder schwarz.
- Begründen Sie alle Ihre Ergebnisse, zum Beispiel durch eine Rechnung.
- Falls Sie im Audimax schreiben, beachten Sie bitte, dass dort keine Wanduhr hängt. Wir werden die Uhrzeit in regelmäßigen Abständen anschreiben, bringen Sie aber bei Bedarf eine Armbanduhr o. ä. mit.
- Die Raumeinteilung zur Klausur wird in der kommenden Woche auf der Homepage der Vorlesung bekannt gegeben.