

Dr. Susanne Knies — Mathematik für Naturwissenschaftler — Sommer 2016
Blatt 7

Assistant:

Dr. Behrouz Taji (behrouz.taji@math.uni-freiburg.de) — Sprechstunde: Di. 13 - 16 Uhr.

1. Lösen Sie die folgenden Gleichungen.

(a) $2z^2 + 3z - 1 = 0$.

(b) $3z^2 + 2z + 1 = 0$.

(c) $4z^2 + 4z + 1 = 0$.

(4 Punkte)

2. Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Finden Sie die Eigenwerte von A .

(b) Zeigen Sie, dass $\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ and $\begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$ Eigenvektoren von A sind.

(4 Punkte)

3. (a) Schreiben Sie $(1 - i) \in \mathbb{C}$ in Polarkoordinaten (r, ψ) .

(b) Seien $z_1 = i$ und $z_2 = 1 + i$. Schreiben Sie z_1, z_2 in der Form $|z_1|e^{i\psi_1}, |z_2|e^{i\psi_2}$, mit $|z_1|, |z_2|, \psi_1, \psi_2 \in \mathbb{R}$, und Zeichnen Sie $(z_1 \cdot z_2)$. (4 Punkte)

4. Sei $\psi \in \mathbb{R}$. In der Vorlesung wurde definiert

$$e^{i\psi} = \cos(\psi) + i \sin(\psi). \quad (*)$$

(a) Setzen Sie in die Reihendarstellung der Exponentialfunktion (s. Skript Definition 3.12) $z = i\psi$ als Argument ein,

$$e^{i\psi} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(i\psi)^k}{k!},$$

und zerlegen Sie diese Darstellung in Real- und Imaginärteil.

(b) Vergleichen Sie Real- und Imaginärteil von $(*)$ mit Ihrem Ergebnis aus (a) und leiten Sie hieraus eine Reihendarstellung für $\sin(\psi)$ und $\cos(\psi)$ ab. Vergleichen Sie diese Reihen mit der Taylorentwicklung von $\sin(\psi)$ und $\cos(\psi)$ (s. Aufgabe 1 Blatt 10 des WS).

(4 Punkte)

Abgabe: Montag 13.06.2016 bis 12:00

Mehr Aufgaben:

1. Schreiben Sie $(2 + i), 3i \in \mathbb{C}$ in Polarkoordinaten (r, ψ) .
2. Seien $z_1 = 2i$ und $z_2 = 1 - i$. Schreiben Sie z_1, z_2 in der Form $|z_1|e^{i\psi_1}, |z_2|e^{i\psi_2}$, mit $|z_1|, |z_2|, \psi_1, \psi_2 \in \mathbb{R}$, und Zeichnen Sie $z_1 \cdot z_2$.
3. Sei $p(z)$ ein Polynom 4. Grades mit reellen Koeffizienten. Ist es möglich, dass $p(z)$ eine reelle Nullstelle und 3 Nullstellen aus $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ hat? Begründen Sie Ihre Antwort!