Übungsaufgaben – Blatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Finden Sie Vektoren $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3 \in \mathbb{R}^3$ so, dass gilt

$$\begin{pmatrix} s-1 \\ 5+s-\frac{1}{3}t \\ 5t \end{pmatrix} = \mathbf{v}_1 + s\mathbf{v}_2 + t\mathbf{v}_3$$

mit $s, t \in \mathbb{R}$.

b) Es seien $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$ beliebige Vektoren in $\mathbb{R}^n$. Rechnen Sie nach, dass die Parallelogrammgleichung gilt, dass heißt

$$\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2 = 2\|\mathbf{x}\|^2 + 2\|\mathbf{y}\|^2 \ .$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben sind die beiden Mengen:

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \,|\, \|\mathbf{x}\| \leq 1\} \subset \mathbb{R}^2$$

und

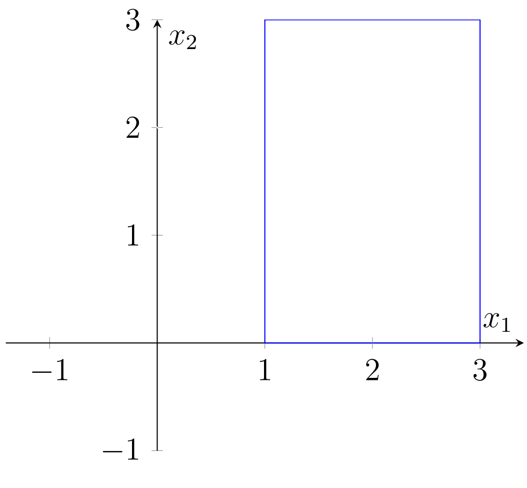
$$M = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1 \in [0.5, 1] \text{ und } x_2 \in [-1, 1]\} \subset \mathbb{R}^2$$

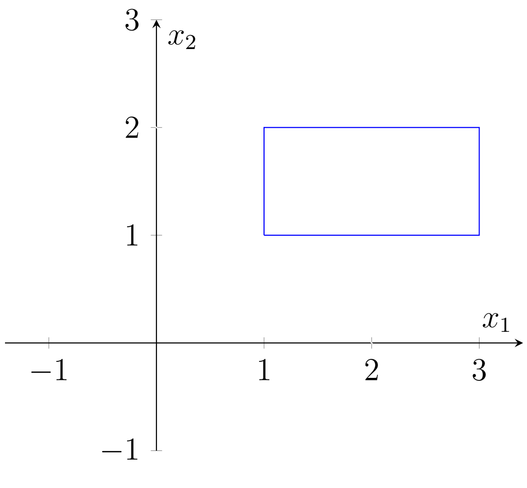
a) Entscheiden Sie ob die Punkte $\mathbf{x}_0 = (0, 1)$ und $\mathbf{y}_0 = (-0.5, 0.5)$ in M und K liegen, begründen Sie ihre Antwort mit einer geeigneten Rechnung.

b) Skizzieren Sie M und K. Markieren Sie die Punkte $\mathbf{x}_0$ und $\mathbf{y}_0$ in Ihrer Skizze.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Welchen Teilmengen des $\mathbb{R}^2$ entsprechen den von den Rechtecken eingeschlossenen Gebiete?





Aufgabe 4 **(4 Punkte)**

Skizzieren Sie die Mengen:

$$M = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \,|\, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } r, s \in [0,1]\}.$$

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \,|\, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } r, s \in [0,1]\}.$$

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 1

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie

1)
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

2)
$$10 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3)
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Gegeben sei der Vektor $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie den Wert von c so dass gilt:

$$\|c\mathbf{x}\| = 1.$$

c) Sei $\mathbf{x} = (2, -3)$ und $\mathbf{y} = (3, 0)$. Skizzieren Sie $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{x} + \mathbf{y}$ und $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ und zeigen Sie

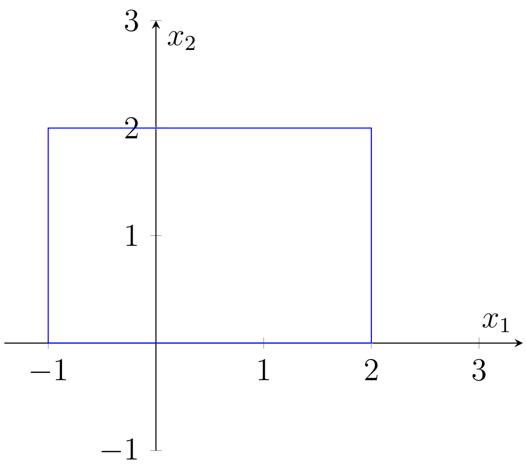
$$\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 = 2\|\mathbf{x}\|^2 + 2\|\mathbf{y}\|^2 \ .$$

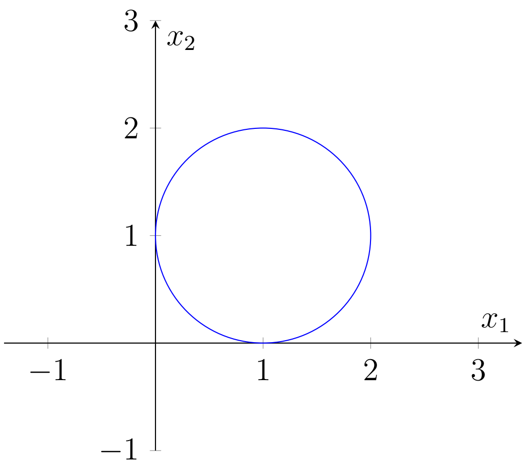
Aufgabe 2

a) Skizzieren Sie:

$$\{x \in \mathbb{R}^2 \,|\, 2 \leq \|x\| \leq 3\} \ .$$

b) Welchen Teilmengen des $\mathbb{R}^2$ entspechen die von den Linien eingeschlossenen Gebiete?





Bitte werfen Sie Ihre Lösungen bis einschließlich 2. Mai 2017, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutors im Untergeschoss des Mathematischen Instituts (Eckerstr. 1).