

Übungen zur Vorlesung Axiomatische Mengenlehre SS 2011, Übungsblatt 1

Aufgabe 1: Eine Menge x heißt *transitiv*, wenn $y \subseteq x$ für alle $y \in x$ (wenn also $\forall y \in x \forall z \in y (z \in x)$). Zeigen Sie, dass x ist transitiv genau wenn dann $x = \text{th}(x)$ (siehe Definition 1.30).

Aufgabe 2: Man zeige:

- (a) V_α und L_α transitiv sind für alle Ordinalzahlen α ;
- (b) für alle $\beta \leq \alpha$, $V_\beta \subseteq V_\alpha$ und $L_\beta \subseteq L_\alpha$.

Aufgabe 3: Eine Menge $x \in \mathbf{WF}$ hat *Rang (rank)* α wenn $x \in V_{\alpha+1} \setminus V_\alpha$. Wir schreiben $\text{rank}(x) = \alpha$, wenn x Rang α hat. Man zeige:

- (a) für alle Ordinalzahlen α , $V_\alpha = \{x \in \mathbf{WF} \mid \text{rank}(x) < \alpha\}$;
- (b) für alle $x, y \in \mathbf{WF}$, wenn $x \in y$, dann $\text{rank}(x) < \text{rank}(y)$;
- (c) für alle $y \in \mathbf{WF}$, $\text{rank}(y) = \sup\{\text{rank}(x) + 1 \mid x \in y\}$.

Aufgabe 4: Seien $\text{rank}(x) = \alpha$ und $\text{rank}(y) = \beta$. Berechnen Sie $\text{rank}(\mathcal{P}(x))$, $\text{rank}(\{x\})$, $\text{rank}(\langle x, y \rangle)$, $\text{rank}(x \times y)$, $\text{rank}(\bigcup x)$.