

Übungen zur Vorlesung Axiomatische Mengenlehre SS 2011, Übungsblatt 3

Arbeiten Sie in ZF.

Aufgabe 1: Sei α eine Ordinalzahl. Man zeige:

- (a) $\alpha \in \mathbf{L}$;
- (b) $L_\alpha \cap \mathbf{ON} = \alpha$;
- (c) $L_\alpha \subseteq V_\alpha$;

Aufgabe 2: Man zeige:

- (a) wenn A eine endliche Teilmenge von L_α ist, dann $A \in L_{\alpha+1}$;
- (b) $L_n = V_n$ für alle natürliche Zahlen n ;
- (c) $L_\omega = V_\omega$.

Aufgabe 3: Nehmen Sie ZFC an. Zeigen Sie, dass $|L_\alpha| = |\alpha|$ für alle unendliche Ordinalzahlen α .

Aufgabe 4: Für alle Menge A , sei die Klasse $\mathbf{L}(A)$ definiert durch:

- $L_0(A) = \{A\} \cup \text{th}(A)$
- $L_{\alpha+1}(A) = \text{Def}(L_\alpha(A))$
- $L_\lambda(A) = \bigcup \{L_\alpha(A) \mid \alpha < \lambda\}$
- $\mathbf{L}(A) = \bigcup \{L_\alpha(A) \mid \alpha \in \mathbf{ON}\}$.

Zeigen Sie, dass $\mathbf{L}(A)$ die kleinste transitiv echte Klasse \mathbf{M} ist, so dass \mathbf{M} ein Modell von ZF ist und $A \in \mathbf{L}(A)$.

Abgabe am Montag, den 23.05.2011, in und vor der Vorlesung.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ss11mengenlehre.html>