SEMINAR BORELMENGEN UND HIERARCHIEN, SOMMERSEMESTER 2011: VORTRAGSTHEMEN MIT QUELLENANGABEN

HEIKE MILDENBERGER

Die weiter unten stehenden Themen sind für Bachelor-Arbeiten geeignet. Bei den Bachelor-Arbeiten kommt dann je nach Interesse noch ein Teil hinzu, der vielleicht nicht vorgetragen wird. Bitte wenden Sie sich schon in der Vorbesprechung an mich, wenn Sie Ihren Vortrag zu einer Bachelorarbeit erweitern wollen.

Im Einzelnen plante ich bis jetzt folgende **Themen** für jeweils mindestens einen, manchmal auch zwei Vorträge:

1. Die Lehrbücher

Jech, Set Theory, The Third Millemium Edition
Kechris, Classical Descriptive Set Theory
Moschovakis, Descriptive Set Theory
Srivastava, A Course on Borel Sets

Diese vier Bücher werden in dem hinteren Zimmer der Logik-Abteilung der Mathematischen Bibliothek in einem Semesterapparat stehen und können dann nicht ausgeliehen werden.

2. Die Vortragsthemen

Die Themen bauen aufeinander auf.

(1) (*Mögliches Datum 3.5.2011*) **Topologische und metrische Räume.**

Kechris Seite 0 – 4 und/oder Srivastava Seiten 39 – 51

Bemerkungen: Kechris enthält Urysohns Metrisierbarkeitssatz für Räume mit abzählbaren Umgebungsbasen, der fast so komplex wie das genaue Kriterium von Bing, Nagata und Smirnov ist. Zum Beweis des letzteren kann man Boto von Querenburg, Kelley, Engelking oder ein anderes Topologielehrbuch heranziehen.

Beide Quellen enthalten Urysohns Lemma und das Fortsetzungslemma von Tietze, Aussagen über die Metrisierbarkeit von Produkträumen.

(2) **Polnische Räume.** (*Mögliches Datum 10.5.2011*)

Date: 2.2.2011.

Kechris, Seite 5 –7 (ein bisschen über Bäume, zumindest die Korrespondenz zwischen abgeschlossenen Mengen und den Mengen der Äste geeigneter Bäume), und 8 – 15, Srivastava, Seite 52 – 57 (benutzt auch die Baum-Charakterisierung)

(3) **σ-Algebren.**(*Mögliches Datum 17.5.2011*)
Kechris, Seite 65 – 66, Srivastava, Seite 80 – 85 und Produktalgebren. Srivastava, Seite 87–89, Kechris Seite 67. Vergleich von Produkten und Potenzmengen. Neuerliches $\aleph_1$-Phänomen.

(4) **Die Borel-Hierarchie.** (*Mögliches Datum 24.5.2011*)
Echtheit der Hierarchie, falls es universelle Mengen gibt. Trennungseigenschaften. Kechris, Seite 68 – 70, Srivastavia, Seite 115 – 125. $\Delta^1_1(X) = Borel(X)$ für separable Räume. Srivastava: The first separation theorem. Vielleicht Gegenbeispiel für nicht separable Räume X.

(5) **Magere Mengen.** (*Mögliches Datum 31.5.2011*)
Die Baire-Eigenschaft. Kuratowski-Ulam-Theorem. Kechris, Section 11.C, Seite 51 – 57, 71 – 71, Srivastava, S. 70 – 73, 107 – 112.

(6) **Die Souslin-Operation.** (*Mögliches Datum 7.6.2011*)
Srivastava §1.12 und 1.13 auf Seite 33 – 35, Idempotenz der Souslin-Operation, Kechris Prop. 25.6 Analytische Mengen. Srivastava S. 127 – 135.

(7) **$\mathbf{\Sigma}^1_1$- and $\mathbf{\Pi}^1_1$-vollständige Mengen.** (*Mögliches Datum 20.6.2011*)
Srivastava 135 – 140. Kechris 179

(8) **Cantor-Bendixson-Ableitungen**(*Mögliches Datum 27.6.2011*)
Die Kontinuumshypothese für abgeschlossene Mengen. Auch schön in Levy, Basic Set Theory. Srivastava 141 – 150. Anfang Regularitätseigenschaften.

(4.7.Edinburgh, 11.7. Barcelona)

(9) (*Mögliches Datum 18.7.2011*)**Vergrößerung der Topologie um Borelmengen**
Die Borelmengen werden dann clopen und die resultierende Topologie ist wieder polnisch. Srivastava 91 – 100. Kann ausgelassen werden.

(10) **Regularitätseigenschaften.** (*Mögliches Datum 25.7.2011*)
Analytische Mengen sind messbar, haben die Baire-Eigenschaft und die Perfekte-Teilmengen-Eigenschaft. Srivastava 150 – 158

(11) Eine weitere Regularitätseigenschaft. (*Mögliches Datum 2.8.2011*)
Die **Ramsey-Eigenschaft** für Borelmengen und für analytische Mengen und der Satz von Galvin und Prikry und der Satz von Silver. Die Ellentuck-Topologie. Abschnitt 19 C und Theorem 21.8 und 21.9 in Kechris. Vorher: Games people play.

Abteilung für Mathematische Logik, Mathematisches Institut, Universität Freiburg, Eckerstr. 1, 79104 Freiburg im Breisgau. Germany
E-mail address: heike.mildenberger@math.uni-freiburg.de