

Übungen zur Vorlesung Axiomatische Mengenlehre SS 2011, Übungsblatt 5

Aufgabe 1: Arbeiten Sie in $ZFC^- - P$. Man zeige:

- (a) Eine Relation R auf einer Menge A ist fundiert gdw es keine Folge $\langle x_n \mid n \in \omega \rangle$ mit $\forall n(x_{n+1} R x_n)$ gibt.
- (b) Das Fundierungsaxiom ist äquivalent zu: Es gibt keine Folge $\langle x_n \mid n \in \omega \rangle$ mit $\forall n(x_{n+1} \in x_n)$.

Aufgabe 2: Sei \mathbf{A} eine transitive Klasse und \mathbf{R} die \in -Relation auf \mathbf{A} . Man zeige: $\text{cl}(\mathbf{A}, x, \mathbf{R}) = \text{th}(x) \cup \{x\}$ für alle $x \in \mathbf{A}$.

Aufgabe 3: Arbeiten Sie in $ZF - P$. Sei \mathbf{R} die Relation

$$x \mathbf{R} y \iff x \in \text{th}(y)$$

auf \mathbf{V} . Man zeige:

- (a) \mathbf{R} ist fundiert und mengenähnlich;
- (b) sei \mathbf{G} die Mostowski-Operation auf (\mathbf{V}, \mathbf{R}) . Denn $\mathbf{G}(x) = \text{rank}(x)$ für alle x .

Aufgabe 4: Arbeiten Sie in $ZF - P$. Sei \mathbf{R} die Relation

$$x \mathbf{R} y \iff \langle x, 1 \rangle \in y$$

auf \mathbf{V} . Man zeige:

- (a) \mathbf{R} ist fundiert und mengenähnlich;
- (b) sei \mathbf{G} die Mostowski-Operation auf (\mathbf{V}, \mathbf{R}) . Definieren wir durch transfinite Rekursion über \in die Menge:

$$\check{y} = \{\langle \check{x}, 1 \rangle \mid x \in y\}.$$

Denn $\mathbf{G}(\check{y}) = y$ für alle y . Daher ist $\text{rge}(\mathbf{G}) = \mathbf{V}$.

Abgabe am Montag, den 06.06.2011, in und vor der Vorlesung.

Alle Übungsblätter finden Sie auf der Seite:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mottoros/ss11mengenlehre.html>