Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistentin: M. Sc. Fiorella Guichardaz

BLATT 2

(26.04.2016)

Aufgabe 1. Seien $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$ $\mathcal{L}$-Strukturen und $f : \mathfrak{A} \to \mathfrak{B}$ ein Isomorphismus. Zeigen Sie für alle Belegungen β, Terme t und Formeln φ:

i) $f(t^{\mathfrak{A}}[\beta]) = t^{\mathfrak{B}}[f \circ \beta]$

ii) $\mathfrak{A} \models \varphi[\beta] \iff \mathfrak{B} \models \varphi[f \circ \beta]$

Sind isomorphe Strukturen elementar äquivalent? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2. i) Schreiben Sie die Wahrheitstafeln von:

- $\neg(A \vee B)$;
- $\neg(A \to B)$;
- $(A \leftrightarrow B) \wedge C$.

ii) Bestimmen Sie, ob die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- $A \wedge B$ und $\neg(A \to (\neg B))$;
- $A \vee B$ und $(\neg A) \to B$.

iii) Beweisen Sie; Falls $(B \vee \neg C) \wedge (\neg C \to A)$ zusammen mit C wahr sind, ist B wahr. Ist A falsch?

iv) Beweisen Sie, dass die Formel $\exists x(H(x) \to \forall y H(y))$ allgemeingültig ist.

Aufgabe 3. Ein n–stelliger Junktor ist eine Abbildung $J : \{\mathbf{W}, \mathbf{F}\}^n \to \{\mathbf{W}, \mathbf{F}\}$. Eine Menge S von Junktoren heißt *vollständiges Junktorensystem*, falls sich für jedes $n \geqslant 1$ jeder n–stellige Junktor durch Elemente aus S darstellen lässt. Zeigen Sie:

i) $\{\neg, \wedge\}$ ist ein vollständiges Junktorensystem;

ii) $\{\wedge\}$ ist kein vollständiges Junktorensystem.

Aufgabe 4. Sei P ein einstelliges Relationssymbol und f ein zweistelliges Funktionssymbol. Geben Sie für jeden der Ausdrücke eine Interpretation an, die ihn erfüllt, und eine, die ihn nicht erfüllt:

i) $\forall y f(x, y) \doteq x$;

ii) $\exists x \forall y f(x, y) \doteq y$;

iii) $\exists x(Px \wedge \forall y P f(x, y))$.

Abgabe bis Dienstag 03.05.2016, 10:15 Uhr,
entweder in der Vorlesung oder im Postfach Eckerstrasse 1, 3. OG, Logik-Flur