Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistentin: M. Sc. Fiorella Guichardaz

BLATT 12, BONUSBLATT
(12.07.2016)

Dieses Blatt wird mit Punkten bewertet, die in den Zähler aber nicht in den Nenner des Quotienten aus erreichten Punkten und *maximal erreichbaren Punkten* gerechnet werden.

Aufgabe 1. Sei T das Kleene-Prädikat. Sei $H_2 := \{\langle e, x\rangle | \exists g T_1(e, x, g)\}$, eine Version des Halteproblems.

i) Ist H_2 rekursiv aufzählbar ?

ii) Ist H_2 rekursiv?

Aufgabe 2. i) Seien R und $\neg R$ rekursiv aufzählbar. Ist dann R rekursiv?

ii) Sei R das Bild einer rekursiven Funktion f so, dass $\forall n < m(f(n) \leq f(m))$. Ist R rekursiv?

Aufgabe 3. Sei $n \geq 1$. $C \subseteq \mathbb{N}^n$ heißt *arithmetisch* gdw eine L_{Ar}-Formel $\varphi(\bar{v}, \bar{w})$ und $\bar{a} \in \mathbb{N}^{lg(\bar{w})}$ existieren so, dass $C = \{(k_0, \ldots, k_{n-1}) : \mathfrak{N} \models \varphi[\frac{(k_0,\ldots,k_{n-1})}{\bar{v}}, \frac{\bar{a}}{\bar{w}}]\}$.

i) Wie viele arithmetische Teilmengen gibt es?

ii) Gibt es überabzählbare viele nicht arithmetische Teilmengen von $\mathbb{N}$?

Aufgabe 4. Sei $H_\forall := \{e | \forall x \exists g T_1(e, x, g)\}$.

i) Ist $H_\forall$ rekursiv?

ii) Ist H_2 auf $H_\forall$ reduzierbar? (Dass heißt: gibt es eine rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ so, dass $\forall n(n \in H_2 \leftrightarrow f(n) \in H_\forall)$?)

iii) Ist $H_\forall$ rekursiv aufzählbar? (Tipp: Versuchen Sie, $\mathbb{N} \setminus H_2$ auf $H_\forall$ zu reduzieren. H_2 ist die Menge aus Aufgabe 1. Man kann auch an 2 i) denken.)

Abgabe bis Dienstag 19.07.2016, 10:15 Uhr,
entweder in der Vorlesung oder im Postfach Eckerstrasse 1, 3. OG, Logik-Flur