Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistentin: M. Sc. Fiorella Guichardaz

BLATT 11

11.07.2017

Aufgabe 1. Wir sagen $p \Vdash' \tau_1 = \tau_2$ gdw

$$\forall \pi \in \mathrm{dom}(\tau_1) \cup \mathrm{dom}(\tau_2) \forall q \leq p((q \Vdash' \pi \in \tau_1) \leftrightarrow (q \Vdash' \pi \in \tau_2)).$$

Wir sagen $p \Vdash' \tau_1 \in \tau_2$ gdw

$$\{q \,:\, \exists \langle \pi, s\rangle \in \tau_2 (q \leq s \wedge q \Vdash' \pi = \tau_1)\}$$

dicht unter p ist.

Gilt $p \Vdash^* \tau_1 = \tau_2$ gdw $p \Vdash' \tau_1 = \tau_2$?

Aufgabe 2. Sei P eine Forcinghalbordnung, and seien $x, y \in V$. Sind folgende Implikationen wahr?

a) $x = y \Rightarrow 1 \Vdash^* \check{x} = \check{y}$?

b) $x \neq y \Rightarrow 1 \Vdash^* \neg(\check{x} = \check{y})$?

c) $x \in y \Rightarrow 1 \Vdash^* \check{x} \in \check{y}$?

d) $x \notin y \Rightarrow 1 \Vdash^* \neg(\check{x} \in \check{y})$?

Bemerkung: In dieser Aufgabe wird kein Modell erwähnt.

Aufgabe 3. Sei P eine Halbordnung, so dass für jedes $n \in \omega$ eine Antikette A_n mit $|A_n| \geq n$ in P existiert. Hat P dann auch eine unendliche Antikette?

Hinweis: Nehmen Sie an, dass P keine unendliche Antikette hat. Dann ist

$$D = \{p \in P \,:\, p \text{ ist ein Atom}\}$$

dicht. Sei A eine maximale Antikette aus Atomen: Dann gilt $|A| \geq \omega$. Zeigen Sie auch, dass es eine maximale Antikette aus Atomen gibt.

Definition: $p \in P$ heißt *Atom*, wenn $\forall q \leq p \, \forall r (r \perp q \rightarrow r \perp p)$.

Aufgabe 4. Seien P, $Q \in M$ Forcinghalbordnungen. Sei $f\colon P \to Q$ eine *dichte Einbettung*. Das heißt:

(i) $\forall p, q \in P(p \leq q \rightarrow f(p) \leq f(q))$, und

(ii) $\forall p, q \in P(p \perp q \rightarrow f(p) \perp f(q))$, und

(iii) $f[P]$ ist dicht in Q.

a) Sei G ein P-generischer Filter über M. Ist dann $\{q \in Q : \exists p \in G(f(p) \leq q)\}$ ein Q-generischer Filter über M?

b) Sei H ein Q-generischer Filter über M. Ist dann $f^{-1}[H]$ ein P-generischer Filter über M?

Abgabe bis Dienstag 18.07.2017, 10:15 Uhr,
entweder in der Vorlesung oder im Postfach Eckerstraße 1, 3. OG, Logik-Flur