

Mathematische Logik

Sommersemester 2018

Blatt 11, 3.7.2018,

Abgabe am 10.7.2018 vor 10 Uhr

im Logik-Flur in der Ernst-Zermelo-Straße oder in der Vorlesung zu Beginn der Vorlesung

1. (3 Punkte) Wenn A_n , $n \in \mathbb{N}$, jeweils rekursiv ist, ist dann auch $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$ rekursiv? Begründen Sie Ihre Antwort.
2. Wir betrachten die folgende Aussagen: Sei $A \subseteq \mathbb{N}$, A unendlich.
 - (i) A ist rekursiv.
 - (ii) A ist das Bild einer rekursiven Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, so dass $\forall n, m (n < m \Rightarrow f(n) < f(m))$.

Antworten Sie die folgende Fragen (und begründen Sie Ihre Antwort jeweils):

- (a) (2 Punkte) Folgt (i) aus (ii)?
 - (b) (2 Punkte) Folgt (ii) aus (i)?
 - (c) (2 Punkte) Sei B rekursiv aufzählbar. Gibt es $C \subseteq B$, $|C| = |B|$, so dass C rekursiv ist?
(*Hinweis*: Falls B unendlich ist, finden Sie C als eine geeignete Ausdünnung von B .)
3. (3 Punkte) Wir erweitern eine entscheidbare Theorie um endlich viele Axiome. Ist die neue Theorie auch entscheidbar?
4. (4 Punkte)
 - (a) Wieviele arithmetische Mengen gibt es?
 - (b) Wieviele nicht arithmetische Teilmenge von \mathbb{N} gibt es?

Noch ein Hinweis zur Klausur: Jede(r) Teilnehmer(in) darf ein beidseitig beschriebenes DinA4-Blatt mitbringen und während der Klausur zum Nachschlagen benutzen. Sie können auf das Blatt beliebige Teile der Vorlesung, der Übungen oder auch ganz anderen Stoff schreiben. Jede(r) darf nur sein/ihr eigenes Blatt benutzen. Andere Hilfsmittel, insbesondere Mobiltelefone, sind nicht gestattet.

Papier wird gestellt. Schreiben Sie mit Tinte, Faserstift oder Kugelschreiber, nicht mit Bleistift.