

Mathematische Logik
Sommersemester 2020
Übungsblatt 11, 21.7.2020

Abgabe spätestens am 28.7.2020 um 12:00 Uhr durch Hochladen einer pdf-Datei auf Ilias im Kurs „Magazin
» Lehrveranstaltungen aus HISinOne » Sommersemester 2020 » Mathematisches Institut-VB
» Mathematische Logik“ unter dem Punkt „Abgaben“.

1. (Bonus 4 Punkte)

Zeigen Sie: $P \vdash \forall x(x + 0 = 0 + x)$.

2. (Bonus: 4 Punkte)

Zeigen Sie: $P \vdash \forall x \forall y(x + y = y + x)$.

3. (Bonus: 4 Punkte)

Seien für $1 \leq i \leq n$ jeweils eine atomare oder eine negiert atomare $\{0, S\}$ -Formel φ_i in der (einzigen) freien Variablen v_0 gegeben. Sei

$$(\mathbb{N}, 0, S) \models \exists v_0 \bigwedge_{i=0}^n \varphi_i.$$

Bestimmen Sie die möglichen Existenzbeispiele so genau wie möglich.

4. (Bonus: 4 Punkte)

Finden Sie eine in $(\mathbb{N}, 0, S, +)$ definierbare Teilmenge von \mathbb{N} , die nicht in der Struktur $(\mathbb{N}, 0, S)$ definierbar ist.

1. *Hinweis:* Für den Beweis der Nicht-Definierbarkeit geben Sie eine anschauliche Argumentation.

2. *Hinweis:* Kann man in $(\mathbb{N}, 0, S)$ eine unendliche nicht ko-endliche definierbare Teilmenge finden? Eine Teilmenge von \mathbb{N} heißt ko-endlich, wenn Ihr Komplement endlich ist.