

Mathematische Logik
Sommersemester 2020
Übungsblatt 8, 30.6.2020

Abgabe spätestens am 7.7.2020 um 12:00 Uhr durch Hochladen einer pdf-Datei auf Ilias im Kurs „Magazin » Lehrveranstaltungen aus HISinOne » Sommersemester 2020 » Mathematisches Institut-VB » Mathematische Logik“ unter dem Punkt „Abgaben“.

Die *Ackermannfunktion* $A: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ ist definiert durch $A(x, 0) = 2 + x$, $A(0, 1) = 0$, $A(0, y) = 1$ für $y > 1$ und $A(x + 1, y + 1) = A(A(x, y + 1), y)$.

1. (2 Punkte) Bestimmen Sie die Funktionen $A_n(x) := A(x, n)$, für $n = 0, 1, 2, 3$.

2. (6 Punkte)

- (a) Ist (bei festem n) die Funktion A_n primitiv rekursiv?
- (b) Ist die Ackermannfunktion rekursiv?

3. (3+2 Punkte)

- (a) Zeigen Sie: Für jede primitiv rekursive Funktion $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ gibt es ein n , so dass für alle $(x_1, \dots, x_n) \neq (0, \dots, 0)$ gilt:

$$f(x_1, \dots, x_k) \leq A(\max(x_1, \dots, x_n), n).$$

- (b) Ist die Ackermannfunktion primitiv rekursiv?

4. (3 Punkte)

Welche der folgenden Mengen ist primitiv rekursiv? Begründen Sie Ihre Antworten.

- (a) $\{\ulcorner t \urcorner : t \text{ ist ein } L\text{-Term}\}$.
- (b) $\{\ulcorner \varphi \urcorner : \varphi \text{ ist eine } L\text{-Formel}\}$.
- (c) $\{\ulcorner \varphi \urcorner : \varphi \text{ ist eine } L\text{-Aussage}\}$.