Seminar: **Eine Glimm-Effros-Dichotomie**

Dozentin: **Prof. Dr. Heike Mildenberger**

Zeit/Ort: **Mo 16–18, der Ort wird wegen Corona kurzfristig festgelegt**

Tutorium: **N. N.**

Vorbesprechung: **Di. 2.2.2021, 13:00 Uhr, im BBB-Raum vMildenberger**

Teilnehmerliste: Bitte schicken Sie vor dem 1.2.2021 eine E-Mail an heike.mildenberger@math.uni-freiburg.de

Web-Seite: `http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mildenberger/veranstaltungen/ss21/glimmeffros.html`

Inhalt:

Wir betrachten Boreläquivalenzrelationen E auf einem separablen vollständig metrisierten Raum X, d.h. E ist eine Borelteilmenge von $X \times X$. Eine bemerkenswert komplizierte Äquivalenzrelation ist die Vitalirelation $E_0 \subseteq 2^{\mathbb{N}} \times 2^{\mathbb{N}}$, die für $x, y \in 2^{\mathbb{N}}$ sagt

$$xE_0y \leftrightarrow (\exists n \in \mathbb{N})(\forall m \geq n)(x(m) = y(m)).$$

Harrington, Kechris und Louveau bewiesen 1990 einen bahnbrechenden Dichotomiesatz, der anschaulich gesprochen sagt: Für jede Boreläquivalenzrelation gibt es entweder eine Borelfunktion, die den Klassen Invarianten zuordnet, oder die Äquivalenzrelation ist mindestens so kompliziert wie die Vitalirelation. Letztere hat natürlich keine Borelinvarianten.

Die aus der linearen Algebra bekannte Äquivalenz von $\mathbb{C}^{n\times n}$-Matrizen ist eine Relation des ersten Typs, wie die Jordan'sche Normalform zeigt. Die Alternative zwei für E ist äquivalent zur Existenz eines E-ergodischen atomlosen Maßes auf X.

Im Seminar studieren wir die Arbeit von Harrington, Kechris und Louveau, die einen recht geschlossenen Beweis liefert. Dieser baut auf der Theorie der Choquet-Spiele und der effektiven deskriptiven Mengenlehre auf und benutzt etliche eigens entwickelte kombinatorische Kniffe. Das Thema ist für Abschlussarbeiten geeignet.

Literatur:

1.) E.G. Effros *Transformation Groups and C^* Algebras*, Ann. of Math. 81 (1965), 38–55.
2.) J. Glimm. *Type I C^* Algebras*, Ann. of Math. 73 (1961), 572–612.
3.) L. Harrington, A. Kechris, A. Louveau *A Glimm-Effros Dichotomy for Borel Equivalence Relations*, Journal of the Amer. Math. Soc. 3(4) (1990), 903–928.

Nützliche Vorkenntnisse: Maßtheorie, Mathematische Logik, etwas Topologie

Studien-/Prüfungsleistung: Die Anforderungen an Studien- und Prüfungsleistungen entnehmen Sie bitte dem aktuellen Modulhandbuch Ihres Studiengangs.