Vorlesung: **Mengenlehre – Unahängigkeitsbeweise**

Dozentin: **Prof. Dr. Heike Mildenberger**

Zeit/Ort: **Di, Do 10–12 Uhr, HS II, Albertstr. 23b**

Übungen: **2-std. n. V.**

Tutorium: **M. Sc. Christian Bräuninger**

Web-Seite: `http:/home.mathematik.uni-freiburg.de/mildenberger/veranstaltungen/ss23/mengenlehre.html`

Inhalt:

Wie zeigt man, dass man etwas nicht beweisen kann? Genauer: Wie zeigt man, dass eine Aussage aus bestimmten Axiomen nicht folgt?

Zu Beginn der Vorlesung steht eine kurze Vorstellung der gängigsten Axiomensysteme der Mathematik: Zermelo-Fraenkel'sche System mit Auswahlaxiom (ZFC) und das Axiomensystem von von Neumann, Bernays und Gödel (NBG). Die Axiome prägen unsere Auffassung von den möglichen definierbaren oder vielleicht weniger konstruktiv gegebenen mathematischen Objekten. Allerdings zeichnen sie kein vollständiges Bild eines einzigen mathematischen Universums. Die Liste der herleitbaren mathematischen Aussagen ist unvollständig: Für manche φ ist weder φ noch sein Negat aus ZFC beweisbar. Man sagt „φ ist unabhängig von ZFC“. Die bekannteste von ZFC unabhängige Aussage ist die Kontinuumshypothese, die sagt, dass es genau $\aleph_1$ reelle Zahlen gibt.

Die Vorlesung führt in die Technik der Unabhängigkeitsbeweise ein. Nach ersten einfachen Forcings zur Kardinalzahlexponentiation werden wir ZF-Modelle ohne Auswahlaxiom und iterierte Forcings (z.B. zum Nachweis der relativen Konsistenz von Martins Axiom) kennenlernen. Es gibt ein Skript.

Literatur:

1.) H.-D. Ebbinghaus, Einführung in die Mengenlehre. 4. Auflage, 2003.
2.) Paul Eklof, Alan Mekler, Almost Free Modules, Revised Edition, North-Holland, 2002.
3.) Lorenz Halbeisen, Combinatorial Set Theory. With a Gentle Introduction to Forcing, Springer, 2012.
4.) Thomas Jech, Set Theory. The Third Millenium Edition, Springer, 2001.
5.) Kenneth Kunen, Set Theory, An Introduction to Independence Proofs, North-Holland, 1980.
6.) Kenneth Kunen, Set Theory. Second Edition, College Publications, 2013.
7.) Saharon Shelah, Proper and Improper Forcing, Springer, 1998.

ECTS-Punkte:	9 Punkte
Verwendbarkeit:	Reine Mathematik; Katergorie II, Kategorie III
Notwendige Vorkenntnisse:	Anfängervorlesungen
Nützliche Vorkenntnisse:	Mathematische Logik
Folgeveranstaltungen:	Wenn gewünscht, Seminar
Studien-/Prüfungsleistung:	Die Anforderungen an Studien- und Prüfungsleistungen entnehmen Sie bitte dem aktuellen Modulhandbuch Ihres Studiengangs.