BLATT 1

(24.04.2023)

Aufgabe 1 (8 Punkte)**.**
Definition: Die modifizierte Ackermannfunktion ist definiert durch
$A_0(x) = x + 1$,
$A_{y+1}(x) = (x + 1)$-malige Iteration von A_y auf den Anfangswert 1.

Wir schreiben statt $A_y(x)$ auch $A(x, y)$.

Wir nennen eine Folge $a = \langle a_0, \dots, a_{n-1}\rangle$ von Tripeln (x, y, z) eine *Berechnung* der Ackermannfunktion, wenn gilt:

- Wenn $(x, 0, z)$ in a vorkommt, ist $z = x + 1$.
- Wenn $(0, y + 1, z)$ in a vorkommt, gehört $(1, y, z)$ zu a.
- Wenn $(x + 1, y + 1, z)$ in a vorkommt, dann gibt es ein w, so dass $(x, y + 1, w)$ und (w, y, z) zu a gehören.

Beweisen Sie:

1. Die Menge B aller Berechnungen der Ackermannfunktion ist primitiv rekursiv.
2. $A(x, y) = z$ gdw. (x, y, z) in einem $a \in B$ vorkommt.
3. A ist rekursiv.

Aufgabe 2 (4 Punkte)**.**
Sei $A \subseteq \mathbb{N}$ eine nicht leere Menge von natürlichen Zahlen. Zeigen Sie: A ist genau dann rekursiv aufzählbar, wenn A das Bild einer totalen rekursiven Funktion ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.**
Seien $P, Q \subseteq \mathbb{N}$ rekursiv aufzählbare Relationen. Zeigen Sie, dass $P \wedge Q$ und $P \vee Q$ auch r.a. sind. Wie steht es mit $\mathbb{N} \setminus P$?

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am Montag, dem 08.05.2023, um 16:15 Uhr