

Rekursionstheorie
Sommersemester 2019
Blatt 4, 27.05.2019

1. (4 Punkte)

(a) Gibt es eine partielle rekursive Funktion φ mit folgenden Eigenschaften:

$$(\forall e)(W_e \neq \emptyset \Rightarrow \varphi(e) \downarrow \wedge \varphi(e) \in W_e)?$$

Ein solches φ heißt Auswahlfunktion.

(b) Gibt es sogar eine rekursive Auswahlfunktion?

2. (4 Punkte) [Korrigierte Fassung] Gibt es eine partielle rekursive Funktion φ , so dass:

$$(\forall e, i)(W_i = W_e \neq \emptyset \Leftrightarrow (\varphi(e) \downarrow \wedge \varphi(i) \downarrow \wedge \varphi(e) = \varphi(i)))?$$

[Ursprüngliche Fassung] Gibt es eine partielle rekursive Funktion φ , so dass:

$$(\forall e, i)(W_i = W_e \neq \emptyset \Rightarrow (\varphi(e) \downarrow \wedge \varphi(i) \downarrow \wedge \varphi(e) = \varphi(i)))?$$

3. (4 Punkte) Gibt es eine partielle rekursive Funktion φ , die keine totale rekursive Fortsetzung hat?

4. (4 Punkte) Seien A, B disjunkte Mengen, so dass $\mathbb{N} \setminus A, \mathbb{N} \setminus B$ r.e. Mengen sind. Sind A und B rekursiv trennbar? D.h., gibt es rekursive Mengen C_A und C_B , so dass

$$C_A \supseteq A \wedge C_B \supseteq B \wedge C_A \cap C_B = \emptyset?$$