

BLATT 9
(11.07.2023)

Es seien $A, B \subseteq \mathbb{N}$. Wir definieren:

- Der “Turing-joint von A und B ” ist definiert als $A \oplus B = \{2x \mid x \in A\} \cup \{2x + 1 \mid x \in B\}$ (d.h. wie im Blatt 7 definiert)
- “ B is many-to-one reducible to A ”, in Zeichen $B \leq_m A$, wenn es eine rekursive Funktion gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \in B \Leftrightarrow f(n) \in A$.
- “ B is one-to-one reducible to A ”, in Zeichen $B \leq_1 A$, wenn es eine injektive rekursive Funktion gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \in B \Leftrightarrow f(n) \in A$.

Aufgabe 1 (4 + 4 Bonus-Punkte). Folgt aus $A \leq_m B$ die Aussage $A \leq_T B$?
Schwere Frage: Folgt aus $A \leq_T B$ die Aussage $A \leq_m B$?

Aufgabe 2 (4 Bonus-Punkte).

Seien $A, B, C \subseteq \mathbb{N}$

1. Ist $A \leq_m A \oplus B$ (und $A \leq_m A \oplus B$)? Begründen Sie die Antwort.
2. Wenn $A \leq_m C$ und $B \leq_m C$ sind, ist dann $A \oplus B \leq_m C$? Begründen Sie die Antwort.

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Finden Sie Mengen A, B , so dass $B \leq_m A$ aber $B \not\leq_1 A$. Kann B rekursiv sein?

Hinweis: Man kann eine einfache (simple) Menge A betrachten.