

**BLATT 9**  
(11.07.2023)

Es seien  $A, B \subseteq \mathbb{N}$ . Wir definieren:

- Der “Turing-joint von  $A$  und  $B$ ” ist definiert als  $A \oplus B = \{2x \mid x \in A\} \cup \{2x + 1 \mid x \in B\}$  (d.h. wie im Blatt 7 definiert)
- “ $B$  is many-to-one reducible to  $A$ ”, in Zeichen  $B \leq_m A$ , wenn es eine rekursive Funktion gibt, so dass für alle  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \in B \Leftrightarrow f(n) \in A$ .
- “ $B$  is one-to-one reducible to  $A$ ”, in Zeichen  $B \leq_1 A$ , wenn es eine injektive rekursive Funktion gibt, so dass für alle  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \in B \Leftrightarrow f(n) \in A$ .

**Aufgabe 1** (4 + 4 Bonus-Punkte). Folgt aus  $A \leq_m B$  die Aussage  $A \leq_T B$ ?  
Schwere Frage: Folgt aus  $A \leq_T B$  die Aussage  $A \leq_m B$ ?

**Aufgabe 2** (4 Bonus-Punkte).

Seien  $A, B, C \subseteq \mathbb{N}$

1. Ist  $A \leq_m A \oplus B$  (und  $A \leq_m A \oplus B$ )? Begründen Sie die Antwort.
2. Wenn  $A \leq_m C$  und  $B \leq_m C$  sind, ist dann  $A \oplus B \leq_m C$ ? Begründen Sie die Antwort.

**Aufgabe 3** (4 Punkte).

Finden Sie Mengen  $A, B$ , so dass  $B \leq_m A$  aber  $B \not\leq_1 A$ . Kann  $B$  rekursiv sein?

*Hinweis:* Man kann eine einfache (simple) Menge  $A$  betrachten.