Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistentin: M. Sc. Fiorella Guichardaz

BLATT 0 [Anwesenheitsaufgaben]

18.10.2016

Aufgabe 1. Seien X, Y abgeschlossen und unbeschränkt in ω.

a) Ist dann $X \cap Y \neq \emptyset$ oder gar unbeschränkt?

b) Nun sei α eine Ordinalzahl mit $\mathrm{cf}(\alpha) = \omega$. Gibt es zwei disjunkte abgeschlossene und unbeschränkte Teilmengen von α?

c) Warum fußt alle Club-Kombinatorik auf der Voraussetzung, dass der Grundraum von überabzählbarer Konfinalität ist?

Aufgabe 2. Das "Collection Scheme" sagt:
Sei $\phi \in \mathcal{L}_\in$

$$Coll_\phi : \ \forall x \in u \exists y \phi(x,y) \rightarrow \exists v \forall x \in u \exists y \in v \phi(x,y)$$

Folgt $Coll_\phi$ aus ZFC? *Hinweis:* Verwenden Sie zuerst "Scotts Trick" (nach Dana Schott *1932), um für jedes $x \in u$ die Klasse $\{y : \phi(x,y)\}$ zu einer Menge zu verkleinern. Sei

$$F : \{y : \phi(x,y)\} \longmapsto \{y \in V_{\alpha_x} : \phi(x,y)\}$$

mit $\alpha_x := \min\{\alpha \in ON : \exists y \phi(x,y) \rightarrow \exists y \in V_\alpha \phi(x,y)\}$

a) Ist F ein definierbares Funktional?

b) Können Sie das Ersetzungsaxiom auf F anwenden?

c) Taugt dann die Vereinigungsmenge der so gewonnenen Menge als Zeuge v in $Coll_\phi$?

Aufgabe 3. (ZFC) Es gelte $V \models \forall x \in u \exists y \phi(x,y)$.

a) Gibt es dann eine Funktion $f \in V$ mit folgenden Eigenschaften:
$\mathrm{dom}(f) = u$ und $V \models \forall x \in u \phi(x, f(x))$?

b) Haben Sie das Auswahlaxiom in Ihrer Argumentation benutzt? Wo?