Mengenlehre: das konstruktible Universum
WS 2016/17
Übungen

Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistentin: M. Sc. Fiorella Guichardaz

BLATT 11

17.01.2017

Aufgabe 1. Sei $j\colon V \to M$ eine nicht triviale, elementare Einbettung. Sei γ der kritische Punkt von j, d.h., $\gamma = \min\{\delta : j(\delta) \neq \delta\}$. Wir definieren $D \subseteq \mathcal{P}^V(\gamma)$ durch

$$D := \{X \subseteq \gamma : \gamma \in j(X)\}.$$

Für $[f] \in \mathrm{Ult}_D(V)$ sei $k([f]) := (j(f))(\gamma)$. Ist k wohldefiniert?

Für $a \in V$ sei $j_D(a) = [c_a]$ mit der konstanten Funktion $c_a\colon \gamma \to \{a\}$. Gilt $k \circ j_D = j$?

Aufgabe 2. Seien $\{i_n : n \leq \omega\}$ die ersten $\omega + 1$ Silver-Indiscernables. Sei $j\colon I \to I$ ordnungserhaltend, und sei $j(i_n) = i_n$ für $n \in \omega$ und sei $j(i_\omega) > i_\omega$. Kann man j auf L fortsetzen zu einer elementaren Einbettung?
Wenn ja, welches ist der kritische Punkt einer solchen Fortsetzung?

Aufgabe 3. Seien V, W zwei Modelle von ZFC mit $V \subseteq W$. Sei V ein Modell von "$0^\sharp$ existiert nicht", und sei $\kappa \in V$ eine Kardinalzahl, so dass für alle Kardinalzahlen λ in V gilt: Wenn $\lambda \geq \kappa$, so ist λ auch in W eine Kardinalzahl. Gibt es $0^\sharp$ in W?

Aufgabe 4. Wir nehmen $\exists 0^\sharp$ an. Sei Σ eine EM-Menge. Folgt aus "Σ ist fundiert und unbounded", dass "Σ remarkable" ist?
Hinweis: Sei I die Klasse der Silver-Indiscernibles. Betrachten Sie eine geeignete echte Teilmenge von $I \cap \kappa$.

Abgabe bis Dienstag 14.01.2017, 10:15 Uhr,
entweder in der Vorlesung oder im Postfach Eckerstrasse 1, 3. OG, Logik-Flur