Mengenlehre: das konstruktible Universum
WS 2016/17
Übungen

Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistentin: M. Sc. Fiorella Guichardaz

BLATT 3
08.11.2016

Aufgabe 1. Seien $\kappa = \mathrm{cf}(\kappa) > \omega_1$ und $S \subseteq \kappa$ stationär. Zeigen Sie, dass $S \cap \{\alpha \in \kappa : \mathrm{cf}(\alpha) \geq \omega\}$ stationär ist.

Aufgabe 2. Nun seien $\kappa = \omega_1$ und $S \subseteq \{\alpha \in \omega_1 : \mathrm{cf}(\alpha) = \omega\}$ stationär. Mit AC nehmen wir zu jedem $\alpha \in S$ eine aufsteigende Folge $f_\alpha : \omega \to \alpha$, die die folgenden Eigenschaften hat: $f_\alpha(m) < f_\alpha(n)$ für $m < n \in \omega$ und $\cup_{n\in\omega} f_\alpha(n) = \alpha$. Zeigen Sie, dass ein $n \in \omega$ existiert, so dass für jedes $\eta \in \omega_1$

$$\{\alpha \in S : f_\alpha(n) \geq \eta\} \text{ stationär in } \omega_1 \text{ ist.}$$

Aufgabe 3. Sei $n \in \omega$ so, dass für alle $\eta \in \omega_1$ $S' := \{\alpha \in S : f_\alpha(n) \geq \eta\}$ stationär ist. Wenden Sie den Satz von Fodor auf $\alpha \mapsto f_\alpha(n)$ für $\alpha \in S'$ an und erhalten Sie ein $\beta_0 \geq \eta$ und ein $S_{\beta_0} \subseteq S'$, so dass für alle $\alpha \in S_{\beta_0}$ $f_\alpha(n) = \beta_0$.
Können Sie den Satz von Fodor auf eine geeignete andere Einschränkung von $\alpha \mapsto f_\alpha(n)$ anwenden, so dass er eine stationäre Menge liefert, die disjunkt zu S_{β_0} ist?

Aufgabe 4. Können Sie das eben angefangene Verfahren iterieren, um ω_1 disjunkte stationäre Teilmengen von S zu erhalten?

BONUS (2 Punkte). Brauchen sie bei der Iteration des Verfahrens noch einmal das Auswahlaxiom?

Abgabe bis Dienstag 15.11.2016, 10:15 Uhr,
entweder in der Vorlesung oder im Postfach Eckerstrasse 1, 3. OG, Logik-Flur