BLATT 6

29.11.2016

Aufgabe 1. Für $0 < n \in \omega$ definieren wir das sogenannte Wiener-Kuratowski-n-Tupel

$$\begin{aligned} \langle x_1 \rangle_1 &:= \{x_1\} \\ \langle x_1, x_2 \rangle_2 &:= \{\{x_1\}, \{x_1, x_2\}\} \\ \langle x_1, x_2, \dots, x_{n+1} \rangle_{n+1} &:= \langle \langle x_1, \dots x_n \rangle_n, x_{n+1} \rangle_2 \text{ für } n \geq 2. \end{aligned}$$

Sei $n \geq 1$. Zeigen Sie: Das Funktional $F\colon V^n \to V$ mit $F(x_1, \dots, x_n) = \langle x_1, \dots, x_n \rangle_n$ ist rudimentär.

(Bemerkung: Auch die partiellen einstelligen Umkehrfunktionale $\langle x_1, \dots, x_n \rangle \mapsto x_i$ für $n \geq 1$, $i \in \{1, \dots, n\}$ sind bei festem n und i rudimentär. Aber dies brauchen Sie hier nicht zu zeigen, und es gibt auch keine Bonuspunkte.)

Aufgabe 2. Es seien wie oben $n \geq 1$ und $x = \langle x_1, \dots, x_n \rangle_n$.

Zeigen Sie, dass für jedes $i \in \{1, \dots, n\}$ die Relation $x_i \in x \cup \bigcup x \cdots \cup \bigcup^{2n-1} x$ gilt.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass $F(x_1, x_2, x_3) = \{x_1, x_2, x_3\}$ rudimentär ist.

Hinweis: Es könnte günstig sein, zuerst zu zeigen, dass $f(y) = \bigcup y$ rudimentär ist.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass das Funktional $x \mapsto [x]^3 := \{\{x_1, x_2, x_3\} : x_1, x_2, x_3 \in x\}$ rudimentär ist.

Abgabe bis Dienstag 06.12.2016, 10:15 Uhr,
entweder in der Vorlesung oder im Postfach Eckerstrasse 1, 3. OG, Logik-Flur