



Seminar:	Die Keisler-Ordnung
Dozentin:	Heike Mildenberger
Zeit/Ort:	Dienstag, 16–18, SR 403, Ernst-Zermelo-Straße 1
Tutorium:	Giorgio Laguzzi
Vorbesprechung:	Dienstag, 10.7.2018, 13 Uhr, Zimmer 313
Teilnehmerliste:	bei Frau Samek, Zimmer 312, bis zum 7.7.2018
Web-Seite:	http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mildenberger/veranstaltungen/ws18/seminar_keisler.html

Inhalt:

1967 definierte Jerome Keisler eine Präordnung (reflexiv und transitiv) \triangleleft auf den abzählbaren vollständigen Theorien mit unendlichen Modellen: $T_1 \triangleleft T_2$ sagt grob, dass fast jede Ultrapotenz von T_1 -Modellen einfacher ist als die entsprechende Ultrapotenz von T_2 -Modellen. Zur Modelltheorie kommt die Mengenlehre ins Spiel bei der Konstruktion der Ultrafilter. Bis 1972 kannte man etwa drei Bereiche und fünf vage Trennlinien in der Keislerordnung. Erst um 2010 wurde die Untersuchung der mysteriösen Keisler'schen Präordnung mit kombinatorischen Ergebnissen über Hypergraphen kombiniert, und dadurch wurden Anforderungen an Indikator-Ultrafilter herauskristallisiert.

Im Seminar beginnen wir mit der Keisler'schen Arbeit und den Shelah'schen Arbeiten von 1971 und studieren dann die Umstrukturierungsarbeiten durch Maryanthe Malliaris, die den Weg zum bahnbrechenden Fortschritt durch Malliaris und Shelah ab 2011 bereiteten. Die untenstehende Liste ist nur eine Auswahl.

Literatur:

- 1.) H. Jerome Keisler, Ultraproducts which are not saturated, *J. Symbolic Logic* 32 (1967), 23–46.
- 2.) Saharon Shelah, Saturation of ultrapowers and Keisler's order, *Ann. Math. Logic* 4 (1972), 75–114.
- 3.) Maryanthe Malliaris, Independence, order, and the interaction of ultrafilters and theories *Ann. Pure Appl. Logic* 163 no. 11 (2012), 1580–1595.
- 4.) Malliaris; Shelah. A dividing line within simple unstable theories. *Adv. Math.* 249 (2013), 250–288. Malliaris; Shelah. Model-theoretic properties of ultrafilters built by independent families of functions. *J. Symb. Log.* 79 (2014), no. 1, 103–134. Malliaris; Shelah. Constructing regular ultrafilters from a model-theoretic point of view. *Trans. Amer. Math. Soc.* 367 (2015), no. 11, 8139–8173. Malliaris; Shelah., Cofinality spectrum theorems in model theory, set theory, and general topology. *J. Amer. Math. Soc.* 29 (2016), no. 1, 237–297. Malliaris; Shelah. Existence of optimal ultrafilters and the fundamental complexity of simple theories. *Adv. Math.* 290 (2016), 614–681. Malliaris, Maryanthe; Shelah, Saharon; Keisler's order has infinitely many classes. *Israel J. Math.* 224 (2018), no. 1, 189–230.

Notwendige Vorkenntnisse:	Mathematische Logik
Nützliche Vorkenntnisse:	Modelltheorie, Mengenlehre
Studien-/Prüfungsleistung:	Die Anforderungen an Studien- und Prüfungsleistungen entnehmen Sie bitte dem aktuellen Modulhandbuch Ihres Studiengangs.