Dozentin: Prof. Dr. Heike Mildenberger
Assistent: M.Sc. Christian Bräuninger

BLATT 3

(02.11.2022)

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**

Zeigen Sie, dass für $n \geq 1$ die Formel

$$(A_n \to (A_{n-1} \to (\cdots \to (A_1 \to A_0)\dots)))$$

äquivalent ist zu der Formel

$$\Big(\Big(\bigwedge_{n \geq i \geq 1} A_i\Big) \to A_0\Big).$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)**.**
Sei $\varphi = \varphi(A_0, \dots, A_n)$ eine Formel, in der nur die Aussagenvariablen $A_0, \dots, A_n$ vorkommen. Sei $\varphi^*(A_0, \dots, A_n)$ die Formel, die aus φ hervorgeht, indem simultan alle Vorkommen von

- A_i in φ durch $\neg A_i$,
- $\wedge$ in φ durch $\vee$,
- $\vee$ in φ durch $\wedge$ ersetzt werden.

Zum Beispiel ergibt für $\varphi = ((A_0 \vee A_2) \wedge \neg A_1)$ diese Definition die Formel $\varphi^* = ((\neg A_0 \wedge \neg A_2) \vee \neg\neg A_1)$. Gilt dann für alle Formeln, in denen die Junktoren $\to$ und $\leftrightarrow$ nicht vorkommen,

$$\neg\varphi \equiv \varphi^*?$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.**
Sei $\Psi = \{\psi_n \;:\; n \in \mathbb{N}\}$ eine Menge aussagenlogischer Formeln. Gibt es eine Menge an Formeln $\Sigma = \{\sigma_n \;:\; n \in \mathbb{N}\}$ oder $\Sigma = \{\sigma_n \;:\; n \leq N\}$ für ein $N \in \mathbb{N}$ mit den folgenden Eigenschaften?

(i) Für jede aussagenlogische Formel χ gilt: $\Psi \models \chi$ gdw $\Sigma \models \chi$.

(ii) Kein σ_n folgt aus $\bigwedge_{i<n} \sigma_i$, also $\bigwedge_{i<n} \sigma_i \not\models \sigma_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.**
Seien Δ und Σ Mengen aussagenlogischer Formeln. Δ heißt *unabhängig*, wenn für alle $\varphi \in \Delta$ gilt

$$\Delta \setminus \{\varphi\} \not\models \varphi.$$

Δ heißt eine *Axiomatisierung von* Σ, falls

$$\{\varphi \;:\; \Sigma \models \varphi\} = \{\varphi \;:\; \Delta \models \varphi\}.$$

Hat jede Menge Σ aussagenlogischer Formeln eine unabhängige Axiomatisierung?

Abgabe per Ilias oder in den (richtigen) Übungsaufgaben-Briefkasten in der Technischen Fakultät mit Namen und Nummer der Übungsgruppe bis Mittwoch 09.11.2021, 10 Uhr.