BLATT 9

(14.12.2022)

Es sei $\tau = \{R, P, f, g, c\}$ eine Symbolmenge, die aus den 2-stelligen Relationszeichen R, 1-stelligen Relationszeichen P, 2-stelligen Funktionszeichen f, 1-stelligen Funktionszeichen g und aus dem Konstantenzeichen c besteht.

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.**
Entscheiden Sie, welche der folgenden Ausdrücke $\mathcal{L}(\tau)$-Terme sind und welche nicht. Sie müssen dabei keine Begründung angeben.

a) c

b) v_{73}

c) $v_1 f c$

d) $f c v_5$

e) $R c f v_1 c$

f) $f f f v_1 v_2 v_3 v_4$

g) $g c f c c$

h) $f g c f c c$

Aufgabe 2 (4 Punkte)**.**
Entscheiden Sie, welche der folgenden Ausdrücke $\mathcal{L}(\tau)$-Formeln sind und welche nicht. Sie müssen dabei keine Begründung angeben.

a) $f v_1 c$

b) $g v_1 = c$

c) $R c f v_1 c$

d) $(Pc \leftrightarrow f v_1 v_2)$

e) $\forall x R y z$

f) $R v_1 g c = g v_7 c$

g) $(\exists x (Pc \wedge Rcx) \wedge \forall x (\neg Pc \vee \neg Rcx))$

h) $\forall v_1 (P v_1 \rightarrow (\exists v_1 \neg P v_1 \vee \exists v_1 R g v_1 v_1 f v_2))$

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.**
Bestimmen Sie, ohne Beweis, die Menge der freien Variablen für die folgenden $\mathcal{L}(\tau)$-Formeln.

a) $R c v_1 \rightarrow \exists v_2 f v_2 c = v_1$

b) $\exists v_2 (\forall v_1 P c \rightarrow R v_1 v_2) \wedge f v_1 v_2 = c$

c) $\exists x (\forall y \forall z (gx = fyz \rightarrow (Px \wedge Ryz)) \wedge f g x g x \neq c)$

d) $\forall v_0 \exists v_1 (((g v_0 = c \wedge P v_1) \rightarrow \exists v_0 f v_0 v_0 = g v_0)) \leftrightarrow (\forall v_2 R v_1 v_2 \vee P v_2)$

Rückseite beachten!

Abgabe per Ilias bis Mittwoch 21.12.2022, 10 Uhr.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.**
Beweisen Sie die folgenden Aussagen oder widerlegen Sie sie durch ein Beispiel

a) Keine Formel ist echtes Endstück einer anderen Formel.

b) Jedes nicht-leere Endstück eines Terms lässt sich eindeutig als eine endliche Folge von Termen schreiben.