

BLATT 07
29.11.2023

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Ramseyzahl $R(3, 3)$, also die kleinste Zahl n , sodass jeder Graph von Ordnung n entweder K^3 oder $\overline{K^3}$ als Subgraph besitzt (das heißt, es gibt entweder 3 Punkte, die paarweise verbunden sind oder 3 Punkte, die paarweise nicht verbunden sind).

Aufgabe 2. Benutzen Sie Ramseys Theorem, um zu zeigen, dass es für alle $k, l \in \mathbb{N}$ ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, sodass jede Folge von n verschiedenen natürlichen Zahlen entweder eine aufsteigende Teilfolge der Länge k oder eine absteigende Teilfolge der Länge l besitzt.

Zusatz: (schwer) Zeigen Sie, dass $n = kl + 1$ ausreicht, $n = kl$ allerdings nicht.

Aufgabe 3. Zeigen Sie die abzählbare Version des Δ -System-Lemmas: Für alle $k \in \mathbb{N}$ und alle unendlichen $S \subseteq [\mathbb{N}]^k = \{x \subseteq \mathbb{N} \mid |x| = k\}$ gibt es ein unendliches $S' \subseteq S$ und $r \subseteq \mathbb{N}$, sodass für alle $x, y \in S'$, $x \neq y$ die Aussage $x \cap y = r$ gilt.

Hinweis: Benutzen Sie Induktion über k . Was passiert, wenn es keine Zahl gibt, die in unendlich vielen Elementen von S vorkommt?