PD Dr. Marco Kühnel
Dr. Daniel Greb

WiSe 2010/2011

Übungsaufgaben zur Funktionentheorie II

12. Blatt

Abgabe: Di in der Vorlesung (Do-Gruppe) und Do in der Vorlesung (Di-Gruppe)

Aufgabe 12-1 (**4 Punkte**) Sei $A \subset \mathbb{C}^n$ eine abgeschlossene Menge. Zeigen Sie, dass es eine abzählbare, dichte Teilmenge von A gibt.

Aufgabe 12-2 (**2 Punkte**) Sei $G \subset \mathbb{C}^n$ ein Gebiet, $z_0 \in G$ und $\rho \in (\mathbb{R}^+)^n$ so, dass $T_\rho(z_0) \subset G$. Zeigen Sie: Sind $f, g \in \mathscr{O}(G)$ und ist $f|_{T_\rho(z_0)} = g|_{T_\rho(z_0)}$, so gilt $f = g$.

Hinweis: Beachten Sie die unterschiedlichen Voraussetzungen im Vergleich zu Aufgabe 11-2.

Aufgabe 12-3 (**4+4 Punkte**) Sei $n \geq 2$, $\rho \in (\mathbb{R}^+)^n$, $f \in \mathscr{O}(P_\rho(0))$ und $A := \{z \in P_\rho(0) |\ f(z) = 0\}$. Zeigen Sie:

(1) $\operatorname{codim}_x A = 1$ für alle $x \in A$, falls $A \neq \emptyset$ und $A \neq P_\rho(0)$.
(2) A ist nicht kompakt, falls $A \neq \emptyset$.