PD Dr. Marco Kühnel
Dr. Daniel Greb

WiSe 2010/2011

Übungsaufgaben zur Funktionentheorie II

15. Blatt

Aufgabe 15-1 (**20 min**) Bestimmen Sie, welche Mengen A analytisch sind und berechnen Sie gegebenenfalls die Kodimension:

(1) $A := \{z \in \mathbb{C}^n \mid \operatorname{Re}(z_1) = 0\} \subset \mathbb{C}^n$,

(2) $A := \{(x,y,z) \in \mathbb{C}^3 \mid \operatorname{rk}\begin{pmatrix} x & yz \\ y & xz \\ z & xy \end{pmatrix} \leq 1\} \subset \mathbb{C}^3$,

(3) $A := \{(t^2, st, s^2) \subset \mathbb{C}^3 \mid s, t \in \mathbb{C}\} \subset \mathbb{C}^3$.

Aufgabe 15-2 (**12 min**) Bestimmen Sie, welche der folgenden Gebiete G Holomorphiegebiete sind:

(1) $G := B_r(0) \subset \mathbb{C}^n$,

(2) $G := \{(x,y) \in \mathbb{C}^2 \mid 1 < |x| < 2,\ \frac{1}{2} < e^{-|y|^2} < \frac{3}{4}\}$,

(3) $G := \mathbb{C}^2 \setminus \{0\}$,

(4) $G := B_1(0) \setminus \overline{B_{\frac{2}{3}}(\frac{1}{6}i)} \subset \mathbb{C}^4$.

Aufgabe 15-3 (**12 min**) Bestimmen Sie, welche der folgenden Funktionen u auf ∂G eine holomorphe Fortsetzung nach G besitzen, d.h. es existiert $f \in C^1(\overline{G})$ so, dass $f|_G$ holomorph ist und $f|_{\partial G} = u$.

(1) $G := B_1(0), u : \partial G \longrightarrow \mathbb{C}, u(z_1, \ldots, z_n) := e^{i|z_1|^2}$,

(2) $G := B_1(0), u : \partial G \longrightarrow \mathbb{C}, u(z_1, \ldots, z_n) := e^{i|z|^2}$,

(3) $G := B_1(0) \setminus \overline{B_{\frac{1}{2}}(0)}$, $u|_{\partial B_1(0)} :\equiv 0, u|_{\partial B_{\frac{1}{2}}(0)} :\equiv 1$.