Aufgabe 1
Zeigen Sie: Dass Dachprodukt ist

(a) wohldefiniert, d.h. $\alpha \wedge \beta$ ist alternierend.

(b) assoziativ.

(c) graduiert kommutativ.

Aufgabe 2
Beweisen Sie Proposition 3.5 wie folgt: Zeigen Sie

(a) Für $a_{i_1,\dots,i_k} := \alpha(e_{i_1}, \dots, e_{i_k})$ gilt

$$\alpha(v_1, \dots, v_k) = \left(\sum_{1 \le i_1 < \dots < i_k \le n} a_{i_1,\dots,i_k} e^{i_1} \wedge \dots \wedge e^{i_k} \right)(v_1, \dots, v_k)$$

(b) Für beliebige $a_{i_1,\dots,i_k} \in \mathbb{R}$, $1 \le i_1 < \dots < i_k \le n$, mit

$$0 = \sum_{1 \le i_1 < \dots < i_k \le n} a_{i_1,\dots,i_k} e^{i_1} \wedge \dots \wedge e^{i_k}$$

folgt $a_{i_1,\dots,i_k} = 0$ für alle $1 \le i_1 < \dots < i_k \le n$.

(c) Schließen Sie Proposition 3.5 aus (a) und (b).

Aufgabe 3
Beweisen Sie zwei der Aussagen aus Bemerkung 3.7.

Aufgabe 4
Zeigen Sie $(\alpha \wedge \beta)_p = \alpha_p \wedge \beta_p$, wobei das erste Dachprodukt in $\Omega^\bullet(M)$, das zweite in $\Lambda^\bullet T^*M$ gebildet wurde.

Keine Abgabe dieses Blattes, es wird in der ersten Übungsstunde besprochen.