

# Übungen zur Vorlesung "Diskrete Algebraische Strukturen" im Sommersemester 2010 bei Dr. M. Junker

Blatt 01

19. 04. 2010

---

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf Ihr Blatt.*

Aufgaben zur Wiederholung der mathematischen Grundlagen:

1. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 1$ :

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

2. Seien  $X, Y, Z$  Mengen und  $f : X \rightarrow Y$  und  $g : Y \rightarrow Z$  Abbildungen. Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a) Sind  $f$  und  $g$  injektiv, so ist  $g \circ f$  injektiv.  
(b) Sind  $f$  und  $g \circ f$  injektiv, so ist  $g$  injektiv.

3. Sei  $X$  eine Menge,  $A, B, C \subseteq X$  Teilmengen und bezeichne  $(\cdot)^c$  das Komplement einer Menge, hier also  $A^c = X \setminus A$ . Zeigen Sie:

- (a)  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$  (Gesetz von de Morgan)  
(b)  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$

Tipp: Für Aufgabenteil (b) können Sie Aufgabenteil (a) und  $A \setminus B = A \cap B^c$  benutzen.

4. Sei  $(X, \leq)$  eine partielle Präordnung<sup>1</sup>, d.h.  $\leq$  ist eine reflexive und transitive binäre Relation auf  $X$ . Dann definiert  $x \sim y : \Leftrightarrow (x \leq y \text{ und } y \leq x)$  eine weitere binäre Relation auf  $X$ . Zeigen Sie:

- (a)  $\sim$  ist eine Äquivalenzrelation.  
(b) Bezeichne  $X/\sim = \{[x] \mid x \in M\}$  die Menge der Äquivalenzklassen von  $\sim$ . Dann ist durch  $[x] \leq [y] : \Leftrightarrow x \leq y$  eine wohldefinierte Relation gegeben, die eine partielle Ordnung<sup>1</sup> auf  $X/\sim$  darstellt, d.h.  $\leq$  ist eine reflexive, antisymmetrische, transitive binäre Relation.

<sup>1</sup> Achtung: In der Literatur werden diese Begriffe unterschiedlich verwendet.

---

Eine Aufgabe zur Wiederholung der Vorlesung:

5. Alle 64 Hörer der Vorlesung 'Diskrete Algebraische Strukturen' können programmieren. 41 beherrschen Java, 45 C++ und 40 Python. Die meisten kennen sogar mindestens zwei Programmiersprachen: 26 programmieren in Java und C++, 20 in Java und Python und 23 in C++ und Python. Wie viele der Studenten kennen alle drei Programmiersprachen? Wieviele beherrschen genau zwei? Wieviele programmieren in nur einer Sprache?

Abgabe: Dienstag, 26. 04.10 vor der Vorlesung