

Übungen zur Vorlesung "Diskrete Algebraische Strukturen" im Sommersemester 2010 bei Dr. M. Junker

Blatt 04

10. 05. 2010

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf Ihr Blatt.

1. (a) Geben Sie die Ferrers-Diagramme für alle möglichen Zahlpartitionen von 7 in 3 Stücke an. Geben Sie dann alle Zahlpartitionen von 7 an, deren größter auftretender Summand 3 ist.

Zeigen Sie nun, dass allgemein gilt: $P_{m,k}$ = Anzahl der Zahlpartitionen von m , deren größter auftretender Summand k ist.

- (b) *Wachstum von Bell- und Partitionszahlen.* Bestimmen Sie die kleinste Zahl m , so dass 2^m , B_m bzw. P_m größer als 1.000, 10.000, 100.000 bzw. 1.000.000 ist, und tragen diese Zahlen in folgende Tabelle ein:

	10^3	10^4	10^5	10^6	10^9	10^{12}
2^m						
B_m						
P_m						

Hinweis: Lösen Sie diese Aufgabe durch Programmieren.

2. Zeigen Sie für alle $m \geq 1$:

(a)

$$P_{m,k} \leq S_{m,k} \quad \forall 1 \leq k \leq m$$

(b)

$$P_{m,k} \leq \binom{m-1}{k-1} \leq k! P_{m,k} \quad \forall 1 \leq k \leq m$$

3. Aus einer m -Menge wird 4 mal zufällig ein Element gezogen, das dann jeweils zurückgelegt wird (ein Element kann also mehrfach gezogen werden). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Element doppelt vorkommt? Wie groß muss m sein, damit diese Wahrscheinlichkeit kleiner als 50% ist? Sie können die zweite Frage auch durch Programmieren beantworten.

Hinweis: Mit „Wahrscheinlichkeit“ ist der Quotient der Anzahl der Fälle, in denen das gewünschte Ereignis eintritt, durch die Anzahl der möglichen Fälle gemeint.

4. (a) Schreiben Sie die folgende Permutation von $\{1, 2, \dots, 11\}$ in Zyklenschreibweise:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 7 & 3 & 6 & 9 & 8 & 4 & 1 & 5 & 11 & 10 & 2 \end{array}$$

- (b) Zwei Wörter bezeichnet man als Anagramme, wenn sie aus denselben Buchstaben mit jeweils denselben Häufigkeiten bestehen (z.B. Eifersucht und Schufferei). Wie viele Anagramme hat das Wort RHABARBERSAFT theoretisch, d.h. auf wie viele Arten kann man die Buchstaben dieses Wortes anordnen?

Abgabe: Montag, 17.05.10 vor der Vorlesung