Definition topologischer Mannigfaltigkeiten: Grundbegriffe

X: eine Menge (von „Punkten")

$\mathcal{T}$: eine Topologie auf X, d.h. $\mathcal{T}$ = Menge der offenen Mengen in X, wobei X, $\emptyset$, beliebige Vereinigungen und endliche Schnitte offener Mengen offen sind

→ natürliche Definitionen für abgeschlossene, dichte, kompakte Mengen und für Konvergenz

Basis der Topologie $\mathcal{T}$:
$\mathcal{B} \subset \mathcal{T}$, so dass $\mathcal{T} = \{ \bigcup_{i \in I} B_i \mid B_i \in \mathcal{B},\ I \text{ eine Indexmenge} \}$
$= \{ U \subset X \text{ sodass } \forall p \in U\ \exists B \in \mathcal{B} : p \in B \subset U \}$,

nämlich: $X = \bigcup_{B \in \mathcal{B}} B$; $B_1, B_2 \in \mathcal{B},\ x \in B_1 \cap B_2 \Rightarrow \exists B_3 \in \mathcal{B} : x \in B_3 \subset B_1 \cap B_2$

Hausdorff-Eigenschaft: $\forall x, y \in X\ \exists U_x, U_y \in \mathcal{T}: x \in U_x,\ y \in U_y,\ U_x \cap U_y = \emptyset$

Stetigkeit: X, Y topologische Räume, $f: X \to Y$ ist stetig $:\Leftrightarrow \forall V \subset Y$ offen: $f^{-1}(V) \subset X$ offen

f ist ein Homöomorphismus $:\Leftrightarrow f$ ist bijektiv, f, f^{-1} sind stetig