

Reguläre Werte glatter Funktionen

X, Y : glatte Mannigfaltigkeiten, $f: X \rightarrow Y$ glatt

$y \in Y$ ist ein regulärer Wert von f

$\Leftrightarrow \forall p \in f^{-1}(y): Df_p: T_p X \rightarrow T_p Y$ ist surjektiv

$\Rightarrow Z := f^{-1}(y)$ ist eine glatte Untermannigfaltigkeit von X ,

$\dim Z = \dim X - \dim Y$, $T_p Z = \ker Df_p \quad \forall p \in Z$

Korollar:

$g_1, \dots, g_\ell: X \rightarrow \mathbb{R}$ glatt, $Z := \{p \in X \mid g_1(p) = \dots = g_\ell(p) = 0\}$,

$\forall p \in Z: (Dg_1)_p, \dots, (Dg_\ell)_p$ sind linear unabh.

$\Rightarrow Z \subset X$ ist eine glatte Untermannigfaltigkeit,

$\dim Z = \dim X - \ell$, $\ell = \text{codim}_x Z$

• Lokal sehen alle Untermannigfaltigkeiten so aus,
global sehen Urbilder regulärer Werte glatter Funktionen
so aus