

## Nullmengen in Mannigfaltigkeiten und Satz von Sard

$X, Y$  glatt,  $f: X \rightarrow Y$  glatt,  $C_x := \{p \in X \mid D_p f \text{ nicht surjektiv}\}$  kritische Punkte  
 $f(C_x) = \{y \in Y \mid y \text{ nicht regulär}\}$  kritische Werte

$C \subset X$  heißt Nullmenge  $\Leftrightarrow \forall \psi: U \rightarrow \mathbb{R}^k, U \subset X$  lokales Koordinatensystem:  
 $\psi(U \cap C) \subset \mathbb{R}^k$  ist Nullmenge

Eigenschaften:

- Bilder von Nullmengen unter glatten Funktionen sind Nullmengen
- abzählbare Vereinigungen von Nullmengen sind Nullmengen

Satz von Fubini  $\left\{ \begin{array}{l} \bullet C \subset \mathbb{R}^k, \{c \in C \mid c_1 = t\} = \{t\} \times C_t; C_t \subset \mathbb{R}^{k-1}; \\ \bullet C \text{ kompakt, alle } C_t \text{ sind Nullmengen} \Rightarrow C \text{ ist Nullmenge} \end{array} \right.$

### Satz von Sard

Die kritischen Werte  $f(C_x)$  von  $f$  bilden eine Nullmenge in  $Y$ .

### Satz von Brown

Die regulären Werte  $Y \setminus f(C_x)$  von  $f$  liegen dicht in  $Y$ .