

Topologie

SoSe 2022 — Übungsblatt 7

Ausgabe 13.06.22

Dozent: Prof. Wolfgang Soergel

Abgabe 20.06.22

Tutorium: Dr. Leonardo Patimo

Aufgabe 7.1: Sei $f : S^1 \rightarrow S^1$ stetig. Für alle $z \in S^1$ enthält $f^{-1}(z)$ mindestens $|\text{grad}(f)|$ Punkte.

(4 Punkte)

Aufgabe 7.2: Man zeige, dass eine stetige Abbildung $f : S^1 \rightarrow \mathbb{C}^*$ genau dann eine Homotopieäquivalenz ist, wenn sie einen Isomorphismus auf den Fundamentalgruppen $\pi_1(S^1, 1) \rightarrow \pi_1(\mathbb{C}^*, f(1))$ induziert.

(4 Punkte)

Aufgabe 7.3: Zeigen Sie, dass Homotope Abbildungen $f, g : X \rightarrow Y$ dieselben Abbildungen auf der Menge der Wegzusammenhangskomponenten induzieren, in Formeln

$$f \cong g \implies \pi_0(f) = \pi_0(g) : \pi_0(X) \rightarrow \pi_0(Y).$$

Das Bilden der Menge der Wegzusammenhangskomponenten liefert mithin sogar einen Funktor

$$\pi_0 : \mathbf{hTop} \rightarrow \mathbf{Ens}.$$

(4 Punkte)

Aufgabe 7.4: Man zeige, dass das Bilden der Fundamentalgruppe

$$\pi_1 : \mathbf{Top}^* \rightarrow \mathbf{Grp}$$

verträglich ist mit beliebigen Produkten.

(4 Punkte)