Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik
Prof. Dr. Enrique Casanovas
Dr. Gabriel Salazar

Lineare Algebra II
SS 2014

10. Übungsblatt zu Lineare Algebra II

Abgabe bis 24.07.2014 18:00 Uhr

Aufgabe 1: Für die folgenden quadratischen Formen, finden Sie eine symmetrische Matrix A, sodass $q(x) = x^{\intercal}Ax$. Außerdem finden Sie eine orthogonale Matrix D, sodass $D^{\intercal}AD$ Diagonalgestalt hat.

(i) $q_1(x, y) = 2x^2 + 2xy + 3y^2$.

(ii) $q_2(x, y, z) = 10x^2 + 10y^2 + 10z^2 + 16xy + 16xz + 16yz$.

(iii) $q_3(x, y, z) = x^2 + 6xy - 2y^2 - 2yz + z^2$.

$\boxed{6}$

Aufgabe 2: Seien A, $B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$ hermitesch. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(1) $A + B$ ist hermitesch.

(2) cA ist hermitesch für alle Skalare c.

(3) AB ist hermitesch.

(4) ABA ist hermitesch.

(5) Entweder $A = 0$ oder $B = 0$, falls $AB = 0$.

(6) Ist $AB = 0$, dann $BA = 0$.

$\boxed{6}$

Aufgabe 3: Sei $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$ hermitesch mit Eigenwerten λ_1, λ_2,. . . ,λ_n. Zeigen Sie, dass

$$(A - \lambda_1 I)(A - \lambda_2 I) \cdots (A - \lambda_n I) = 0.$$

$\boxed{4}$