Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik
Prof. Dr. Enrique Casanovas
Dr. Gabriel Salazar

Lineare Algebra II
SS 2014

2. Übungsblatt zu Lineare Algebra II

Abgabe bis 22.05.2014 18:00 Uhr

Aufgabe 1: Sei $K = \mathbb{R}$, $V = \mathbb{R}^3$ und $\varphi \in \mathrm{End}(V)$ definiert durch

(a) $\varphi(e_1) = e_2$

(b) $\varphi(e_2) = e_3$

(c) $\varphi(e_3) = 2e_1 - 5e_2 + 4e_3$

wobei $\{ e_1, e_2, e_3 \}$ die kanonische Basis von V ist. Bestimmen Sie $\dim(V'_\lambda)$ für λ =1, 2, 3.

$\boxed{2}$

Aufgabe 2: Finden Sie eine Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}),$$

die das Polynom $x^2 - 1$ annulliert und $a_{ij} \neq 0$ für alle $1 \leq i,\ j \leq 2$. $\boxed{3}$

Aufgabe 3: Sei $V = \{ p(x) \in \mathbb{R}[\,x\,] \mid \mathrm{Grad}(p(x)) \leq 3 \}$. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und das minimale Polynom der folgenden Elemente aus $\mathrm{End}(V)$:

(a) $D(p(x)) = p'(x)$.

(b) $T(p(x)) = p(x+1)$.

$\boxed{3+3}$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie, ob die folgenden Elemente aus $\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ sich als Dreiecksmatrizen darstellen lassen.

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

und

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 0 \\ -6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

(b) Sind diese Matrizen ähnlich?

$\boxed{4+1}$