Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik
Prof. Dr. Enrique Casanovas
Dr. Gabriel Salazar

Lineare Algebra II
SS 2014

7. Übungsblatt zu Lineare Algebra II

Abgabe bis 3.07.2014 18:00 Uhr

Aufgabe 1: Es seien im $\mathbb{R}^3$ die Vektoren

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten a_1, a_2, a_3.
Hinweis: Berechnen Sie zunächst den Flächeninhalt eines geeigneten Parallelograms. $\boxed{4}$

Aufgabe 2: Die Norm einer quadratischen Matrix A über $\mathbb{R}$ werde definiert als

$$\|A\| := \max\{\|Ax\| \mid \|x\| = 1\}.$$

Zeigen Sie, dass $\|A\|^2$ gleich dem größten Eigenwert von $A^\intercal A$ ist. $\boxed{4}$

Aufgabe 3: V sei ein Vektorraum mit einer Bilinearform $(\cdot\,,\cdot)$. Zeigen Sie, dass jede orthonormale Familie (das ist eine Familie von Vektoren $\{x_i \mid i \in I\}$, sodass $(x_i, x_j) = \delta_{ij}$) linear unabhängig ist. $\boxed{4}$

Aufgabe 4: Der $\mathbb{R}^3$ sei mit dem Standardskalarprodukt versehen. Geben Sie für den durch die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 4 & -7 & 4 \\ -1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

beschriebenen Endomorphismus eine ON-Basis aus Eigenvektoren an. $\boxed{4}$