Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik
Prof. Dr. Enrique Casanovas
Dr. Gabriel Salazar

Lineare Algebra II
SS 2014

8. Übungsblatt zu Lineare Algebra II

Abgabe bis 10.07.2014 18:00 Uhr

Aufgabe 1: Durch die folgenden Gleichungen werden Quadriken im $\mathbb{R}^3$ beschrieben. Bringen Sie die Gleichungen *(durch Verschieben)* auf Normalform. Skizzieren Sie die Quadriken.

(i) $2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_3 + 4\sqrt{2}x_1 + 12x_2 + 10 = 0.$

(ii) $5x_1^2 + 11x_2^2 + 2x_3^2 - 16x_1x_2 + 20x_1x_3 + 4x_2x_3 - 18 = 0.$

$\boxed{6}$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, die Gruppe der orthogonalen Abbildungen eines n-dimensionalen Euklidischen Raumes V, durch Spiegelungen an Hyperflächen erzeugt wird.
Unter einer Spiegelung an einer Hyperfläche eines Euklidischen Raumes V versteht man eine lineare Abbildung der Form $u + w \mapsto -u + w$, wobei $V = U \oplus W$, $\dim W = \dim V - 1$, $u \in U$ und $w \in W$.
Gehen Sie dabei wie folgt vor:

(i) Zeigen Sie zunächst, dass je zwei Vektoren der Länge 1 durch eine geeignete orthogonale Spiegelung an einer Hyperfläche ineinander überführt werden können. (Hinweis: Lassen Sie sich von der Anschauung im $\mathbb{R}^3$ leiten.)

(ii) Zeigen Sie dann, dass je zwei ON-Basen des n-dimensionalen Vektorraums V durch ein Produkt von höchstens n orthogonalen Spiegelungen an Hyperflächen aufeinander abgebildet werden können, und folgern Sie, dass jede orthogonale Abbildung Produkt von höchstens n orthogonalen Spiegelungen an Hyperflächen ist.

$\boxed{6}$