

Übungen zur Vorlesung
Partielle Differentialgleichungen
Serie 10 vom 24.01.2017

Aufgabe 35 Zeigen Sie: Für jedes $p \in (0, \infty)$, und jede messbare Menge $X \subset \mathbb{R}^n$ gilt für jedes glatte f mit kompakten support,

$$\int_X |f|^p = p \int_0^\infty t^{p-1} |\{x \in X : f(x) > t\}| dt.$$

Hinweis: Machen Sie sich zunächst klar, dass

$$|\{x \in X : u(x) > t\}| = \int_X \chi_{\{u(x) > t\}}(x) dx$$

wobei

$$\chi_{\{u(x) > t\}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } u(x) > t \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Verwenden Sie nun Fubini, und berechnen Sie

$$\int_0^{f(x)} p t^{p-1} dt.$$
