Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Tobias Schedlmaier

Universität Freiburg
WS 2016/17

Übungen zur Algebraischen Topologie – Blatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.** Seien $(\mathcal{K}^w)_{w\in W}$ Simplizialkomplexe und $\mathcal{K} := \bigsqcup \mathcal{K}^w$ ihre disjunkte Vereinigung. Man konstruiere einen Isomorphismus $\bigoplus_{w\in W} \mathrm{H}_q\mathcal{K}^w \xrightarrow{\sim} \mathrm{H}_q\mathcal{K}$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)**.** Man zeige: Besitzt ein Simplizialkomplex eine Ecke mit der Eigenschaft, daß jeder Simplex bei Dazunehmen dieser Ecke ein Simplex bleibt, so verschwinden seine höheren simplizialen Homologiegruppen und seine nullte Homologiegruppe ist isomorph zu $\mathbb{Z}$. Hinweis: Man erinnere den Prismenoperator.

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** Man rechne nach, dass die zweite simpliziale Homologie eines „hohlen Tetraeders“ isomorph ist zu $\mathbb{Z}$. Ich stelle mir hier vor, dass man den Kern der Matrix des Randoperators ∂_2 mithilfe der Methoden aus dem Elementarteilersatz bestimmt, wie er in der Algebra oder linearen Algebra vorgekommen sein sollte.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.** Man fügt bei einem Simplizialkomplex eine Kante zwischen zwei bereits existierenden Ecken hinzu. Wie können sich die Homologiegruppen unseres Simplizialkomplexes dabei ändern? Hier ist eher an eine Antwort in Prosa gedacht.

Abgabefrist: Donnerstag, den 11. Mai in der Vorlesung.