

## Mannigfaltigkeiten und Lie-Gruppen <sup>1</sup>

SS 2007 — Blatt 1

Die Aufgaben sollen in den Übungsgruppen besprochen nicht mehr abgegeben werden.

### Aufgabe 1

Auf einer partiell geordneten Menge kann man die Ordnungstopologie erklären durch die Vorschrift, daß genau die Teilmengen offen sein sollen, die mit einem Element auch jedes kleinere Element enthalten.

### Aufgabe 2

Eine Abbildung  $f : X \rightarrow Y$  von topologischen Räumen ist stetig genau dann, wenn für alle Teilmengen  $M \subset X$  gilt  $f(\overline{M}) \subset \overline{f(M)}$ .

### Aufgabe 3

Gegeben ein topologischer Raum  $X$  mit einer Teilmenge  $Y \subset X$  zeige man  $A \not\subseteq Y \Leftrightarrow \exists B \not\subseteq X$  mit  $A = B \cap Y$ . Man zeige auch, daß die Verknüpfung von zwei Einbettungen stets wieder eine Einbettung ist.

### Aufgabe 4

Wir betrachten auf der Menge  $\text{Ens}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  aller Abbildungen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die “Topologie der punktwweisen Konvergenz”: Eine Teilmenge  $U \subset \text{Ens}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  ist in Bezug auf diese Topologie offen genau dann, wenn es für jedes  $f \in U$  ein  $\varepsilon > 0$  und eine endliche Teilmenge  $E \subset \mathbb{R}$  gibt mit

$$(|g(x) - f(x)| < \varepsilon \forall x \in E) \Rightarrow g \in U$$

Man zeige, daß das eine Topologie ist, in der je zwei verschiedene Funktionen disjunkte Umgebungen besitzen, und daß die meßbaren Funktionen darin eine unter Konvergenz von Folgen abgeschlossene aber nicht topologisch abgeschlossene Teilmenge bilden.

### Aufgabe 5

Unter einem Fundamentalsystem von Umgebungen eines Punktes in einem topologischen Raum, auch genannt einer Umgebungsbasis, versteht man ein System von Umgebungen besagten Punktes derart, daß jede Umgebung unseres Punktes mindestens eine Umgebung unseres Systems umfaßt. Man zeige: Besitzt in einem topologischen Raum jeder Punkt eine abzählbare Umgebungsbasis, so ist jede unter der Konvergenz von Folgen abgeschlossene Teilmenge bereits abgeschlossen.

Am Freitag, den 27.4.2007 findet ab 17:00 im Audimax im Rahmen des Universitätsjubiläums die Gaussvorlesung statt, siehe Rückseite!

---

<sup>1</sup>Internetseite der Vorlesung: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/Ana4/Hauptseite.html>