Mathematisches Institut der Universität Freiburg
Prof. Dr. W. Soergel 3.05.07

Mannigfaltigkeiten und Lie-Gruppen [1]

SS 2007 — Blatt 3

Die Aufgaben sollen in den Übungsgruppen besprochen nicht mehr abgegeben werden.

Aufgabe 1

Genau dann ist ein topologischer Raum X Hausdorff, wenn die Diagonale $\Delta(X) \subset X \times X$ eine abgeschlossene Teilmenge des Produkts $X \times X$ ist.

Aufgabe 2

Man zeige, daß die Menge aller $(x, y) \in \overline{\mathbb{R}} \times \overline{\mathbb{R}}$ mit $x \leq y$ abgeschlossen ist. Man folgere, daß bei Grenzwerten von Funktionen mit Werten in $\overline{\mathbb{R}}$ Ungleichungen erhalten bleiben.

Aufgabe 3

Besitzt eine stetige Abbildung ein stetiges Rechtsinverses, so ist sie eine Submersion, als da heißt stetig, surjektiv und offen.

Aufgabe 4

Gegeben eine topologische Gruppe G und eine normale Untergruppe $H \subset G$ ist der Quotient G/H mit seiner Quotiententopologie und der induzierten Verknüpfung eine topologische Gruppe.

Aufgabe 5

Die Operation einer topologischen Gruppe auf sich selbst durch Konjugation ist stetig.

Aufgabe 6

Man zeige, daß $\mathbb{P}^1\mathbb{C}$ homöomorph ist zur Kugelschale S^2 und $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ homöomorph zu einer Kugelschale, in die man ein kreisrundes Loch geschnitten hat, um dort ein Möbiusband einzukleben.

[1] Internetseite der Vorlesung: http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/Ana4/Hauptseite.html