Mathematisches Institut der Universität Freiburg 9.05.07
Prof. Dr. W. Soergel

Mannigfaltigkeiten und Lie-Gruppen [1]

SS 2007 — Blatt 4

Die Aufgaben sollen in den Übungsgruppen besprochen, aber nicht mehr abgegeben werden.

Aufgabe 1

Ist $(U_\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$ eine offene Überdeckung eines k-geringten Raums X, so trägt X die finale Struktur in Bezug auf die Einbettungen $U_\lambda \hookrightarrow X$.

Aufgabe 2

Ist $\psi : X \to Y$ ein finaler Morphismus von k-geringten Räumen, so ist auch für jede offene Teilmenge $U \Subset Y$ die induzierte Abbildung $\psi^{-1}(U) \to U$ final.

Aufgabe 3

Für $m \leq n$ ist die Projektion auf die ersten Koordinaten $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ final in Bezug auf die $\mathcal{C}^1$-Strukturen als $\mathbb{R}$-geringter Raum.

Aufgabe 4

Gegeben zwei Liegruppen G, H ist auch ihr Produkt $G \times H$ mit der komponentenweisen Verknüpfung eine Liegruppe.

Aufgabe 5

Die Quotientengruppe $\mathbb{R}^n/\mathbb{Z}^n$ wird mit der finalen Struktur zur kanonischen Projektion eine Liegruppe, die isomorph ist zu $(S^1)^n$.

Aufgabe 6

Man konstruiere einen Diffeomorphismus $\mathrm{SO}(3) \cong \mathbb{P}^3\mathbb{R}$ von glatten Mannigfaltigkeiten. Hinweis: Man betrachte geeignete finale Morphismen von S^3 auf beide Seiten. Hierzu mag die in Analysis 3 diskutierte Spingruppe helfen.

[1] Internetseite der Vorlesung: http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/Ana4/Hauptseite.html