

Mannigfaltigkeiten und Lie-Gruppen ¹

SS 2007 — Blatt 7

Die Aufgaben sollen in den Übungsgruppen besprochen, jedoch nicht mehr abgegeben werden.

Aufgabe 1

Man zeige, daß der Fluß eines linksinvarianten Vektorfelds X auf einer Liegruppe G durch die Formel $X^t g = g \exp(tX_e)$ beschrieben werden kann. Man beschreibe in ähnlicher Weise auch den Fluß eines rechtsinvarianten Vektorfeldes.

Aufgabe 2

In jeder Liegruppe gibt es eine Umgebung des neutralen Elements, die außer der einpunktigen Untergruppe keine Untergruppe umfaßt.

Aufgabe 3

Ist G eine Liegruppe und $H \subset G$ eine abgeschlossene Untergruppe, so ist die Operation $G \times G/H \rightarrow G/H$ glatt.

Aufgabe 4

Ist $\varphi : G \rightarrow H$ ein stetiger Homomorphismus von Liegruppen mit abgeschlossenem Bild, so induziert φ einen Isomorphismus von Liegruppen $(G/\ker \varphi) \xrightarrow{\sim} \text{im } \varphi$.

¹Internetseite der Vorlesung: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/Ana4/Hauptseite.html>